

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**1^a Esperienza di Laboratorio
19/05/2005**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Attività sperimentali di Laboratorio

L'attività sperimentale di laboratorio si è sviluppata su tre differenti tematiche:

1. Determinazione sperimentale della densità di corpi omogenei;
2. Determinazione sperimentale della costante π della circonferenza;
3. Calcolo della Media Aritmetica, della Deviazione di X, e della Deviazione della Media Aritmetica di X.

1. Determinazione sperimentale di densità di corpi omogenei

Introduzione: L'esperienza in questione propone di calcolare la densità dei corpi omogenei mediante l'utilizzo della seguente espressione: $\bar{\rho} = \frac{\bar{M}}{\bar{V}}$.

Scopo: Lo scopo dell'esperienza è il calcolo della propagazione delle incertezze di misura e l'utilizzo del Palmer / Micrometro e del Calibro, nella determinazione sperimentale della densità dei corpi omogenei.

Strumentazione: La misurazione degli elementi in esame, sfera e tubo, è stata eseguita con l'impiego dei seguenti strumenti:

- Palmer o Micrometro centesimale di sensibilità 0.01 mm/div
- Calibro a cursore con nonio ventesimale di sensibilità 0.05 mm/div
- Bilancia elettronica di sensibilità 1 g/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Sfera

Procedimento: Si verifica lo zero (d_0) del Palmer in una fase preliminare mediante dieci misurazioni. La verifica non ha evidenziato uno scostamento apprezzabile dallo zero ($\bar{X}^0 = 0$) e di conseguenza non è stato necessario correggere le successive misure per l'effetto dell'errore sistematico che lo zero non perfetto dello strumento avrebbe introdotto.

In seguito si effettuano dieci misurazioni del diametro (D) della sfera, i cui valori si riportano nella tabella

1a. Nella stessa tabella si riporta l'incertezza $\sigma_s(D) = \frac{10 \mu m}{\sqrt{12}}$ da associare alla misura del diametro (D),

dove $10 \mu m$ è la minima divisione dello strumento.

Zero del Palmer (d_0)	Diametro Sfera (D)	Incertezza Misura D (σ_s)
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.88 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
0	15.87 mm	0.0029 mm
Diametro medio della Sfera (\bar{D}) = 15.87 mm		

Tab.1a – misurazioni del diametro della sfera e incertezza della misura

Successivamente, mediante l'utilizzo di una bilancia elettronica, si è misurata la massa (M) della sfera ed si è assunto come errore dello zero, per la correzione delle misure, il seguente valore:

$$\sigma_B = \frac{1g}{\sqrt{12}} = 0.29 \text{ g} , \text{ dove } 1g \text{ è la divisione minima della bilancia elettronica.}$$

I risultati sono riportati nella tabella 2a.

Massa Sfera (M)	Incertezza (σ_b)
16 g	0.29 g
Massa media (\bar{M}) della Sfera: 16 g	

Tab.2a – misurazioni della massa della sfera e incertezza della misura

Come fase conclusiva mediante i dati ottenuti dalle misurazioni sono state calcolate le seguenti indicazioni:

- Densità ($\bar{\rho}$) della sfera: $\bar{\rho} = \frac{\bar{M}}{\bar{V}} = 0.00765 \text{ g/mm}^3$ (con $\bar{V} = \frac{1}{6}\pi D^3 = 2092.81 \text{ mm}^3$)

$$\text{Incertezza (} \sigma_B \text{) relativa alla densità della sfera: } \sigma_B = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} = \frac{\Delta M}{\bar{M}} + 3\frac{\Delta D}{\bar{D}} = 0.019 = 1.9\%$$

$$\text{Incertezza assoluta della densità della sfera: } \Delta\rho = \bar{\rho} \times \sigma_B = 0.00015 \text{ g/mm}^3$$

$$\text{Densità (} \rho \text{) della sfera propagando l'incertezza: } \rho = \frac{\bar{M}}{\bar{V}} \pm \Delta\rho = (0.00765 \pm 0.00015) \text{ g/mm}^3$$

- Il raggio (r) della sfera: $\bar{r} = 7.94 \text{ mm}$

$$\text{Incertezza relativa alla misura del raggio (r) della sfera: } \sigma_B = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta D}{D} = 0.0002$$

- La lunghezza (L) della circonferenza massima $L = \pi\bar{D} = 49.86 \text{ mm}$

$$\text{Incertezza relativa alla misura della circonferenza massima: } \sigma_B = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta D}{D} = 0.0002$$

- L'area (A) della sezione massima: $A = \pi \frac{\bar{D}^2}{4} = 197,81 \text{ mm}^2$

$$\text{Incertezza relativa alla misura dell'area (A) della sezione massima: } \sigma_B = \frac{\Delta A}{A} = 2\frac{\Delta D}{D} = 0.0004$$

- L'area (S) della superficie della sfera: $S = \pi\bar{D}^2 = 791,23 \text{ mm}^2$

$$\text{Incertezza relativa alla misura dell'area (S) della superficie della sfera: } \sigma_B = \frac{\Delta S}{S} = 2\frac{\Delta D}{D} = 0.0004$$

Valutazione degli errori: Fra tutte le grandezze riportate in precedenza, l'incertezza massima è relativa al calcolo dell'area (A) della sezione massima e dell'area (S) della superficie della sfera.

Conclusioni: Il calcolo della densità della sfera ha prodotto un valore prossimo alla densità dell'acciaio tabellata nei manuali.

Tubo

Procedimento: Nella prima fase vengono rilevate tramite l'utilizzo di un calibro e di una bilancia elettronica le seguenti misure: diametro esterno (D), spessore del tubo (s), altezza (h), massa (M). I dati relativi a queste misurazioni si riportano nelle tabelle 1b e 2b, che includono le incertezze σ_B relative all'utilizzo degli strumenti.

$$\sigma_B = \frac{50 \mu m}{\sqrt{12}} = 0.01 \text{ mm, dove } 50 \mu m \text{ è la minima divisione del calibro.}$$

Diametro Interno (d)	Diametro Esterno (D)	Spessore del Tubo (s)	Altezza (h)	Incertezza (σ_b)
37.20 mm	40.25 mm	1.55 mm	25.60 mm	0.01 mm
37.15 mm	40.30 mm	1.55 mm	25.60 mm	0.01 mm
36.90 mm	40.20 mm	1.55 mm	25.50 mm	0.01 mm
37.05 mm	40.20 mm	1.45 mm	25.65 mm	0.01 mm
37.05 mm	40.25 mm	1.50 mm	25.65 mm	0.01 mm
37.10 mm	40.10 mm	1.50 mm	25.55 mm	0.01 mm
37.20 mm	40.20 mm	1.55 mm	25.60 mm	0.01 mm
37.05 mm	40.10 mm	1.55 mm	25.55 mm	0.01 mm
37.10 mm	40.25 mm	1.45 mm	25.60 mm	0.01 mm
37.05 mm	40.25 mm	1.50 mm	25.65 mm	0.01 mm
Media $\bar{d} = 37.09 \text{ mm}$	Media $\bar{D} = 40.21 \text{ mm}$	Media $\bar{s} = 1.52 \text{ mm}$	Media $\bar{h} = 25.60 \text{ mm}$	

Tab.1b – misurazioni del diametro interno, esterno, dello spessore, dell'altezza del tubo e incertezza della misura

$$\sigma_B = \frac{1g}{\sqrt{12}} = 0.29 \text{ g, dove } 1g \text{ è la divisione minima della bilancia elettronica.}$$

Massa (M)	Incertezza (σ_b)
36 g	0,29 g
Media $\bar{M} = 36 \text{ g}$	

Tab.2b – misurazioni della massa del tubo e incertezza della misura

In seguito al raccoglimento delle misure si è determinata la sezione (S) del tubo in ciascuno dei seguenti casi, ed si è scelta tra le misure quella con l'incertezza minore.

- S' a partire da $d, s = \frac{\pi}{4}[(\bar{d} + 2\bar{s})^2 - \bar{d}^2] = 184.37 \text{ mm}^2$

Incertezza relativa ad S' : $\sigma_B = \frac{\Delta S'}{S'} = 2\left(\frac{\Delta d}{\bar{d}} + \frac{\Delta s}{2\bar{s}}\right) + \frac{2\Delta d}{\bar{d}} = 0.014 = 1.4 \%$

- S'' a partire da $D, s = \frac{\pi}{4}[\bar{D}^2 - (\bar{D} - 2\bar{s})^2] = 184.75 \text{ mm}^2$

Incertezza relativa ad S'' : $\sigma_B = \frac{\Delta S''}{S''} = \frac{2\Delta D}{\bar{D}} + 2\left(\frac{\Delta D}{\bar{D}} + \frac{\Delta s}{2\bar{s}}\right) = 0.027 = 2.7 \%$

- S''' a partire da $D, d = \frac{\pi}{4}[\bar{D}^2 - \bar{d}^2] = 189.42 \text{ mm}^2$

Incertezza relativa ad S''' : $\sigma_B = \frac{\Delta S'''}{S'''} = \frac{2\Delta D}{\bar{D}} + \frac{2\Delta d}{\bar{d}} = 0.001 = 0.1 \%$

Valutazione degli errori: Fra tutte le grandezze riportate in precedenza, la misura che ha riportato l'incertezza minore quella relativa ad S''' .

Come fase conclusiva si calcolata la densità ($\bar{\rho}$) del tubo propagando le incertezze relative alla massa, alla sezione ed alla altezza.

- Densità ($\bar{\rho}$) del tubo $\bar{\rho} = \frac{M}{S'''\bar{h}} = 0.00742 \text{ g/mm}^3$

Incertezza (σ_B) relativa alla densità del tubo: $\sigma_B = \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta S'''}{S'''} + \frac{\Delta h}{\bar{h}} = 0.009 = 0.9 \%$

Incertezza assoluta della densità del tubo: $\Delta \rho = \bar{\rho} \times \sigma_B = 0.00007 \text{ g/mm}^3$

Densità (ρ) della tubo propagando le incertezze: $\rho = \frac{M}{S'''\bar{h}} \pm \sigma = (0.00742 \pm 0.00007) \text{ g/mm}^3$

Conclusioni: Il calcolo della densità del tubo ha prodotto un valore prossimo alla densità dell'acciaio tabellata nei manuali.

2. Determinazione sperimentale della costante π della circonferenza

Introduzione: L'esperienza in questione propone di calcolare il valore π tramite la relazione: $\pi = \frac{l}{D}$, dove l è la lunghezza della circonferenza e D il diametro.

Scopo: Lo scopo dell'esperienza è la determinazione indiretta della costante π mediante l'utilizzo delle misure delle dimensioni di una circonferenza, il calcolo della media aritmetica, della varianza e della deviazione standard.

Strumentazione: Per la misurazione della circonferenza è stato impiegato il seguente strumento:

- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Inizialmente sono state rilevate le misure della circonferenza e del diametro mediante l'utilizzo del righello; i risultati con le relative medie aritmetiche si riportano nella tabella 1c.

Lunghezza Circonferenza (l)	Diametro Circonferenza (D)
340 mm	105 mm
340 mm	100 mm
320 mm	105 mm
310 mm	100 mm
350 mm	102 mm
330 mm	103 mm

Tab.1c – misurazioni della lunghezza e del diametro della circonferenza

In seguito si è calcolata la media aritmetica, la varianza e la deviazione standard delle misure campionate del Diametro (D).

- Media della lunghezza (\bar{l}) della circonferenza = 332 mm
- Media del Diametro della circonferenza (\bar{D}) = 102.5 mm
- Varianza del Diametro (\bar{D}) = $v = \sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 4.25 \text{ mm}^2$
- Deviazione Standard del Diametro (\bar{D}) = $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 2.06 \text{ mm}$

La determinazione indiretta della costante π è stata calcolata mediante la seguente formula: $\pi = \frac{\bar{l}}{\bar{D}} = 3.24$

L'errore percentuale della derivazione indiretta della costante π è la seguente:

$$\frac{\pi_{es} - \pi}{\pi} \cdot 100 = 3.13 \%$$

Come fase finale è stata calcolata mediante la costante π di derivazione indiretta l'area (S) della circonferenza con la relativa incertezza:

- Area (S) della circonferenza: $S = \frac{\bar{l}}{\bar{D}} \frac{\bar{D}^2}{4} = 8510 \text{ mm}^2$

Valutazione degli errori:

Incertezza (σ_B) relativa all'area (S) della circonferenza: $\sigma_B = \frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta l}{l} + 3 \frac{\Delta D}{D} = 0.009 = 0.9 \%$

Incertezza assoluta dell'area (S) della circonferenza: $\sigma = \Delta S \times \sigma_B = 76.6 \text{ mm}^2$

- Area (S) della circonferenza propagando le incertezze: $S = \frac{\bar{l}}{\bar{D}} \frac{\bar{D}^2}{4} \pm \sigma = (8510 \pm 76.6) \text{ mm}^2$
- Area (S) con calcolata con $\pi = 3.14$: $S = 3.14 \frac{\bar{D}^2}{4} = 8247 \text{ mm}^2$

Conclusioni: Il calcolo dell'area della circonferenza mediante la misura indiretta del valore $\pi = \frac{l}{D}$, ha portato ad un valore che anche tenendo conto della propagazione delle incertezze è al di fuori del valore calcolato con $\pi = 3.14$

3. Calcolo della Media Aritmetica, della Deviazione di X, e della Deviazione della Media Aritmetica di X.

Introduzione: L'esperienza in questione è finalizzata al rilievo di alcune grandezze dimensionali su un campione di 10 dadi (bulloni) mediante l'uso del calibro con e senza nonio.

Scopo: Il fine di questa esperienza è stato il calcolo della Media Aritmetica, delle Deviazioni di X e della Deviazione della Media di X su un campione di misure.

Strumenti utilizzati: Per la misurazione delle dimensioni dei dadi si è impiegato il seguente strumento:

- Calibro a cursore con nonio ventesimale di sensibilità 0.05mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Inizialmente per ogni dado si sono rilevate le seguenti misure: altezza (A), diametro della circ. (D), distanza lati 1-4 (L₁₋₄), distanza lati 2-5 (L₂₋₅), distanza lati 3-6 (L₃₋₆). Per ogni misura si sono effettuate due serie di misurazioni con il calibro; la prima al decimo di divisione senza il nonio (X_d), la seconda con l'utilizzo del nonio (X_n). I risultati si riportano nella Tabella 1d.

N° Dado	Altezza (h)	Diametro circ. (D)	Distanza Lati 1 - 4	Distanza Lati 2 - 5	Distanza Lati 3 - 6
1	X _d = 1.1 X _n = 1.075 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 1.2 X _n = 1.200 X = X _d -X _n = 0	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
2	X _d = 1.1 X _n = 1.085 X = X _d -X _n = 0.015	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
3	X _d = 1.1 X _n = 1.090 X = X _d -X _n = 0.010	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
4	X _d = 1.1 X _n = 1.085 X = X _d -X _n = 0.015	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
5	X _d = 1.0 X _n = 1.040 X = X _d -X _n = 0.060	X _d = 1.2 X _n = 1.200 X = X _d -X _n = 0	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025
6	X _d = 1.1 X _n = 1.075 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
7	X _d = 1.1 X _n = 1.085 X = X _d -X _n = 0.015	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02
8	X _d = 1.1 X _n = 1.080 X = X _d -X _n = 0.020	X _d = 1.2 X _n = 1.205 X = X _d -X _n = -0.005	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 2.2 X _n = 2.170 X = X _d -X _n = 0.03	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025
9	X _d = 1.1 X _n = 1.075 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02	X _d = 2.2 X _n = 2.185 X = X _d -X _n = 0.015	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025
10	X _d = 1.1 X _n = 1.080 X = X _d -X _n = 0.029	X _d = 1.2 X _n = 1.210 X = X _d -X _n = -0.01	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 2.2 X _n = 2.175 X = X _d -X _n = 0.025	X _d = 2.2 X _n = 2.180 X = X _d -X _n = 0.02

Tab.1d – misurazioni delle caratteristiche geometriche dei dadi
Misure espresse in cm

L'ultima operazione è stato il calcolo della media aritmetica, della deviazione di X (cm) e della deviazione della media aritmetica di X. I risultati di tali operazioni si riportano nella tabella 2d.

	Media Aritmetica di X	Deviazione di X	Deviazione della Media di X
Altezza (A)	0.024	0.033	0.013
Diametro (D)	- 0.008	0.039	0.016
Lati 1-4 (L₁₋₄)	0.021	0.005	0.002
Lati 2-5 (L₂₋₅)	0.022	0.010	0.004
Lati 3-6 (L₃₋₆)	0.022	0.006	0.002

Tab.2d – media aritmetica, deviazione e deviazione della media di X
Misure espresse in cm

$$\text{Deviazione di X} = \frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|}{N}$$

$$\text{Deviazione della Media di X} = \frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|}{\sqrt{N}}$$

La fase conclusiva di quest’ultima esperienza di laboratorio è stata la realizzazione di tre grafici che rappresentassero l’andamento della Media Aritmetica, della Deviazione di X e della Deviazione della Media Aritmetica di X, riguardo le differenti misure delle dimensioni dei dadi.

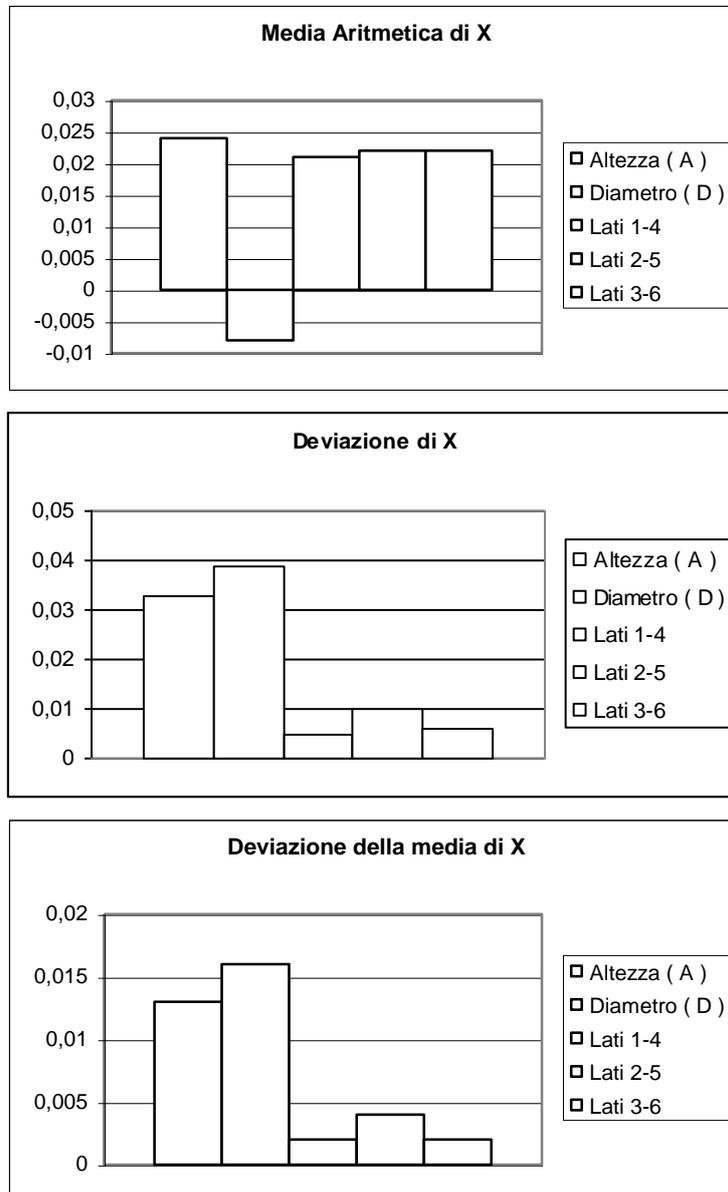


fig.1 – istogrammi relativi alla tab.2d

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**2^a Esperienza di Laboratorio
26/05/2005**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Studio di un pendolo semplice

Introduzione: Il pendolo semplice può essere impiegato per determinare il modulo dell'accelerazione di gravità \bar{g} . L'espressione utilizzata per ricavare \bar{g} è: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

L'attività sperimentale di laboratorio si è sviluppata in quattro parti:

- I. Dipendenza del periodo (T) di oscillazione del pendolo P dalla sua lunghezza (L);
- II. Isocronismo delle oscillazioni di un pendolo;
- III. L'ampiezza (A) dell'oscillazione del pendolo in funzione del tempo;
- IV. Andamento temporale del periodo (T) e della velocità massima (V_{max}) del pendolo.

Parte I.

Dipendenza del periodo (T) di oscillazione del pendolo P dalla sua lunghezza (L)

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato lo studio della dipendenza del periodo (T) del pendolo dalla sua lunghezza (L), e la determinazione del modulo dell'accelerazione di gravità \bar{g} mediante l'espressione:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cronometro digitale con sensibilità 0.01 s/div
- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

1) Procedimento: Come prima operazione si è fissata la lunghezza (L) del pendolo pari a 16 cm; successivamente si è alzato il pendolo ad una distanza (A) pari ad 1/3 della sua lunghezza (L) e lo si è lasciato libero di oscillare.

In seguito si è aspettata la stabilizzazione delle oscillazioni e si calcolato il tempo (t) che il pendolo impiega per compiere 10 oscillazioni complete. Tale misurazione, effettuata per mezzo di un cronometro digitale, è stata ripetuta dieci volte per la lunghezza L=16 cm del pendolo e per una seconda lunghezza L = 36 cm.

I valori di tale misura sono riportati in tabella 1.

Tempo (t) pari a 10 oscillazioni con L = 16 cm	Tempo (t) pari a 10 oscillazioni con L = 36 cm
$t_1 = 7.82 \text{ s}$	$t_1 = 11.56 \text{ s}$
$t_2 = 7.81 \text{ s}$	$t_2 = 11.56 \text{ s}$
$t_3 = 7.75 \text{ s}$	$t_3 = 11.65 \text{ s}$
$t_4 = 7.82 \text{ s}$	$t_4 = 11.60 \text{ s}$
$t_5 = 7.75 \text{ s}$	$t_5 = 11.59 \text{ s}$
$t_6 = 7.81 \text{ s}$	$t_6 = 11.56 \text{ s}$
$t_7 = 7.69 \text{ s}$	$t_7 = 11.66 \text{ s}$
$t_8 = 7.78 \text{ s}$	$t_8 = 11.56 \text{ s}$
$t_9 = 7.82 \text{ s}$	$t_9 = 11.59 \text{ s}$
$t_{10} = 7.81 \text{ s}$	$t_{10} = 11.69 \text{ s}$
Media $\bar{t} = 7.79 \text{ s}$	Media $\bar{t} = 11.60 \text{ s}$

Tab. 1 – misurazione dei tempi relativi a dieci oscillazioni

Nel passo successivo si è calcolata la deviazione standard (σ) e la varianza (ν) per le misure espresse nella tabella 1a, il ricavo dell'accelerazione di gravità sperimentale (g_{es}) dalle misure effettuate ed il calcolo dell'incertezza relativa alle misurazioni.

• **Lunghezza del pendolo L = 16 cm**

Deviazione standard:
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 0.04 \text{ mm}$$

Varianza:
$$\nu = \sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 0.0016 \text{ mm}^2$$

Accelerazione di gravità sperimentale (g_{es}):
$$g_{es} = \frac{L4\pi^2}{\bar{t}^2} = 10.4 \text{ m/s}^2$$

Accelerazione di gravità di valore noto $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Incertezza relativa all'accelerazione di gravità sperimentale (g_{es}):
$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta t}{\bar{t}} = 0.02 = 2\%$$

• **Lunghezza del pendolo L = 36 cm**

Deviazione standard:
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 0.05 \text{ mm}$$

Varianza:
$$\nu = \sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 0.0025 \text{ mm}^2$$

Accelerazione di gravità sperimentale (g_{es}):
$$g_{es} = \frac{L4\pi^2}{\bar{t}^2} = 10.6 \text{ m/s}^2$$

Accelerazione di gravità di valore noto $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Incertezza relativa all'accelerazione di gravità sperimentale (g_{es}):
$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta t}{\bar{t}} = 0.01 = 1\%$$

2) Procedimento: La procedura appena descritta inoltre è stata effettuata, in questo caso, per calcolare il tempo ($t = T$) per i seguenti valori delle lunghezze del pendolo per un solo periodo: 16 cm, 20 cm, 25 cm, 30 cm, 36 cm, 42 cm. I valori di tali misurazioni sono riportati nella tabella 2.

Periodo (T) con L = 16 cm	Periodo (T) con L = 20 cm	Periodo (T) con L = 25 cm	Periodo (T) con L = 30 cm	Periodo (T) con L = 36 cm	Periodo (T) con L = 42 cm
T = 0.78 s	T = 0.88 s	T = 0.98 s	T = 1.06 s	T = 1.15 s	T = 1.24 s
$\sqrt{L} = 4 \text{ cm}$	$\sqrt{L} = 4.47 \text{ cm}$	$\sqrt{L} = 5 \text{ cm}$	$\sqrt{L} = 5.48 \text{ cm}$	$\sqrt{L} = 6 \text{ cm}$	$\sqrt{L} = 6.48 \text{ cm}$
$T^2 = 0.61 \text{ s}^2$	$T^2 = 0.77 \text{ s}^2$	$T^2 = 0.96 \text{ s}^2$	$T^2 = 1.12 \text{ s}^2$	$T^2 = 1.32 \text{ s}^2$	$T^2 = 1.54 \text{ s}^2$

Tab. 2 – misurazione del periodo in relazione alla lunghezza del pendolo

Per quanto riguarda i dati relativi alla tabella 2, sono state calcolate le incertezze di tipo B per le misure:

- $\sigma_s(T) = \frac{0.01s}{\sqrt{12}} = 0.003 \text{ s}$

- $\sigma_s(\sqrt{L}) = \frac{1}{2} \frac{\Delta L}{L}$

$\sigma_s(\sqrt{16}) = 0.009$	$\sigma_s(\sqrt{20}) = 0.007$
$\sigma_s(\sqrt{25}) = 0.006$	$\sigma_s(\sqrt{30}) = 0.005$
$\sigma_s(\sqrt{36}) = 0.004$	$\sigma_s(\sqrt{42}) = 0.003$

- $\sigma_s(T^2) = 2 \frac{\Delta T}{T}$

$\sigma_s(16) = 0.008$	$\sigma_s(20) = 0.007$
$\sigma_s(25) = 0.006$	$\sigma_s(30) = 0.006$
$\sigma_s(36) = 0.005$	$\sigma_s(42) = 0.005$

I risultati sperimentali del periodo (T) in funzione della lunghezza (L) sono riportati nel grafico di figura 1.

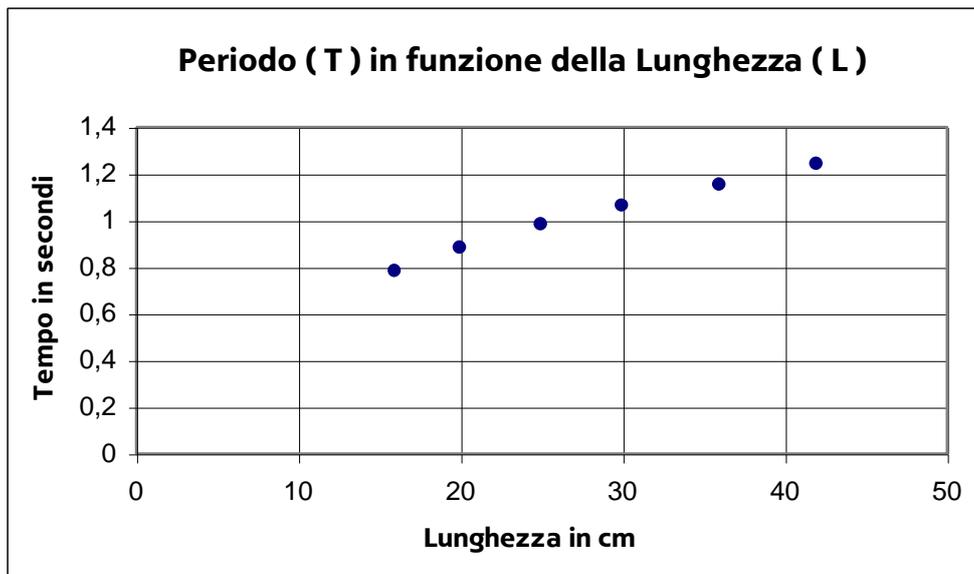


Figura. 1 – risultati sperimentali relativi al periodo in funzione della lunghezza

Successivamente dai valori della tabella 2 è stata ricavata l'equazione della retta che meglio approssima i punti del grafico di figura 1.

Si è determinato mediante il metodo dei minimi quadrati il coefficiente angolare a ed il termine noto b della retta di equazione $y = a x + b$, dove x corrisponde alla lunghezza (L) del pendolo e b al periodo (T).

$$a = \frac{N \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{N \sum (x_i)^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{(\sum y_i) \sum (x_i)^2 - (\sum x_i y_i) \sum x_i}{N \sum (x_i)^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = 0.0173$$

$$b = 0.5273$$

L'equazione della retta che approssima meglio i punti del grafico è $T = 0.0173 L + 0.5273$ con L in cm e T in secondi.

In figura 2 si sovrappone la retta dei minimi quadrati ai dati sperimentali.

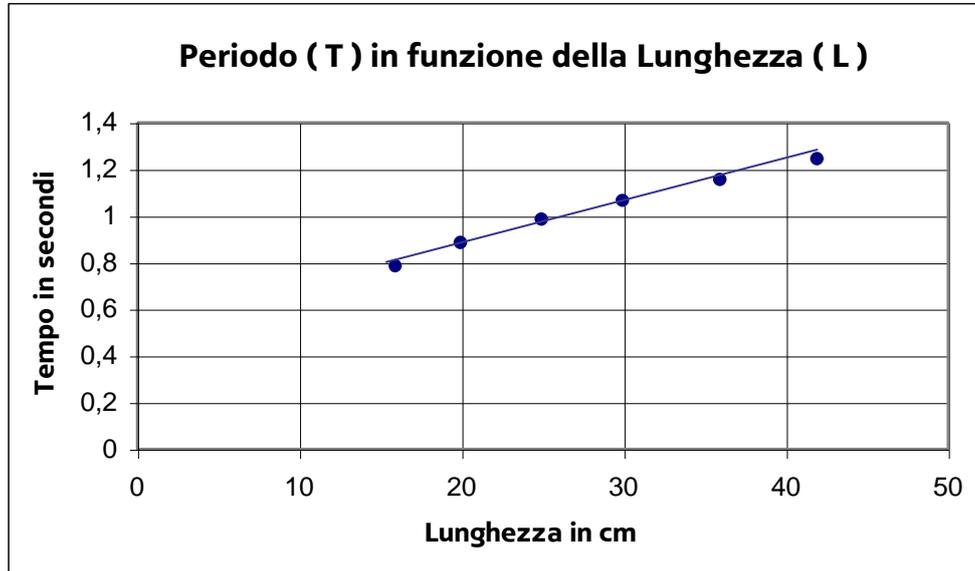


Figura. 2 – sovrapposizione della retta dei minimi quadrati ai risultati sperimentali

Dalla retta ottenuta col metodo dei minimi quadrati, avente pendenza $m = 0.0173$, si ricavano per lunghezze del pendolo $L = 16$ cm e per $L = 42$ cm, rispettivamente il periodo $T_{16} = 0.8043$ s, $T_{42} = 1.2544$ s.

Con questi due valori, tramite la relazione $g_{es} = \frac{L4\pi^2}{t^2}$, si ricava un valore medio di $g_{es} = 10.15$ m/s²,

mentre l'errore relativo è $\frac{(g_{es} - g)}{g} = 0.035 = 3.5$ %

Parte II.

Isocronismo delle oscillazioni del pendolo

Scopo: Determinazione dell'isocronismo del pendolo.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cronometro digitale con sensibilità 0.01 s/div
- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: La prima operazione è stata quella di fissare la lunghezza (L) del pendolo pari a 42 cm; successivamente è stata misurata la durata (t_3) di tre oscillazioni ogni 30 secondi per un tempo totale di $t=4$ minuti. Tale misurazione è stata ripetuta cinque volte, ed i valori ottenuti sono stati riassunti nella tabella 3.

Tempo	Tempo t_3	Media di t_3	Incertezza σ_s				
30 s	3.31 s	3.19 s	3.18 s	3.29 s	3.40 s	3.27	0.08
60 s	3.31 s	3.28 s	3.15 s	3.28 s	3.37 s	3.28	0.01
90 s	3.41 s	3.26 s	3.41 s	3.28 s	3.29 s	3.33	0.01
120 s	3.25 s	3.31 s	3.72 s	3.38 s	3.45 s	3.42	0.03
150 s	3.28 s	3.31 s	3.72 s	3.28 s	3.26 s	3.37	0.15
180 s	3.31 s	3.35 s	3.60 s	3.31 s	3.20 s	3.35	0.09
210 s	3.90 s	3.22 s	3.22 s	3.30 s	3.30 s	3.38	0.07
240 s	3.19 s	3.28 s	3.33 s	3.28 s	3.23 s	3.26	0.01

Tab. 3 – misurazione della durata di tre oscillazioni ogni 30 secondi

Le incertezze relative ad ogni intervallo di tempo sono state determinate tramite la deviazione standard.

Viene graficato in figura 3 il periodo (t_3) di tre oscillazioni in funzione del tempo (t) di rilevazione. Si evince dal grafico che i punti rilevati, ad esclusione di quelli in corrispondenza del tempo $t=120$ secondi e $t=240$ secondi, individuano una retta inclinata rispetto all'asse delle ascisse. Il grafico mostra un'eccessiva inclinazione dovuta alla diversa scala tra le ordinate e le ascisse, 0.11 secondi rispetto a 240 secondi. Tale risultato è dipeso dalle modalità di rilievo dei tempi da parte dell'operatore.

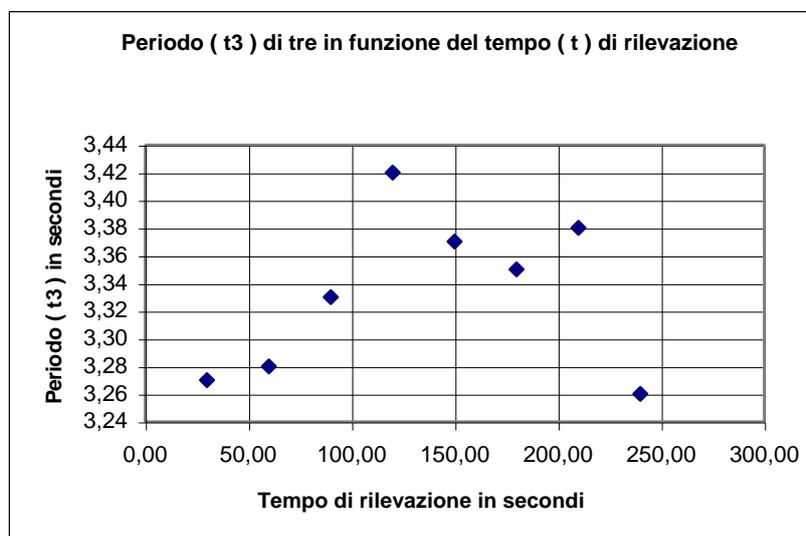


Figura. 3 – dati sperimentali del periodo (t_3) di tre oscillazioni in funzione del tempo di rilevazione

Parte III.**L'ampiezza (A) dell'oscillazione del pendolo in funzione del tempo**

Scopo: Determinazione dell'ampiezza dell'oscillazione del pendolo in funzione tempo.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cronometro digitale con sensibilità 0.01 s/div
- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: La prima operazione è stata quella di fissare la lunghezza (L) del pendolo pari a 42 cm, in seguito è stata misurata ogni 30 secondi l'ampiezza (A) delle oscillazioni per un tempo complessivo di 5 minuti. I risultati di tale misurazione sono riportati nella tabella 4.

Tempo	Ampiezza (A)	Media				
0 s	14.0 cm	14.0 cm				
30 s	10.5 cm	11.5 cm	12 cm	12.2 cm	11.8 cm	11.6 cm
60 s	9.5 cm	9.5 cm	10 cm	9.6 cm	10.0 cm	9.7 cm
90 s	7.0 cm	7.5 cm	8.0 cm	7.7 cm	8.0 cm	7.6 cm
120 s	5.0 cm	6.0 cm	6.5 cm	6.2 cm	6.5 cm	6.0 cm
150 s	4.0 cm	4.5 cm	5.0 cm	5.0 cm	5.5 cm	4.8 cm
180 s	3.5 cm	4.0 cm	4.5 cm	4.0 cm	4.0 cm	4.0 cm
210 s	2.6 cm	3.0 cm	3.0 cm	3.2 cm	3.0 cm	3.6 cm
240 s	2.3 cm	2.5 cm	2.7 cm	2.7 cm	2.5 cm	2.5 cm
270 s	2.0 cm	2.0 cm	2.4 cm	2.2 cm	2.0 cm	2.1 cm
300 s	1.6 cm	1.7 cm	2.0 cm	1.9 cm	1.8 cm	1.8 cm

Tab. 4 – misurazione dell'ampiezza ogni 30 secondi

In figura 4 vengono graficati valori medi della tabella 4, che mostrano l'andamento della curva del tipo $A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ relativa alle oscillazioni smorzate.

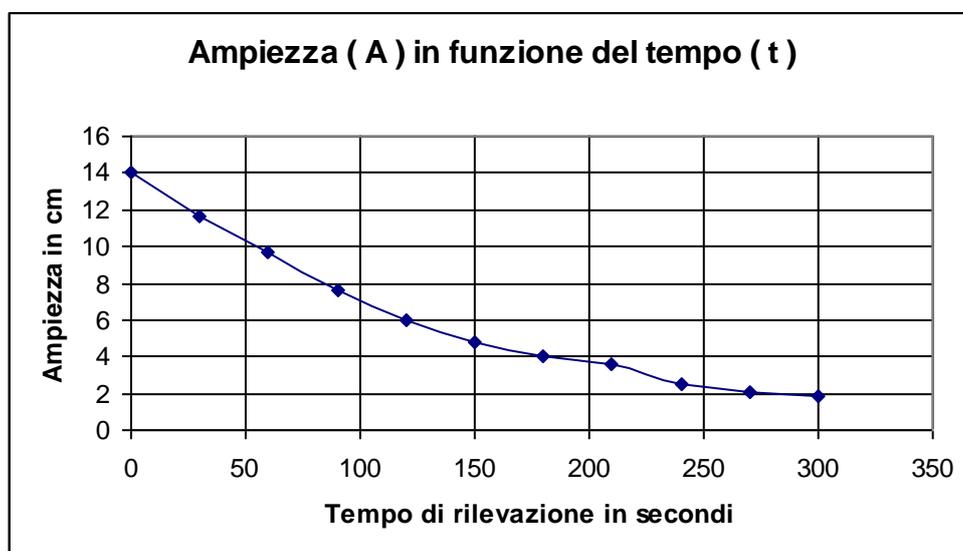


Figura. 4 – valori medi dell'ampiezza ogni 30 secondi

Si calcola il logaritmo dell'ampiezza media sperimentale e la si tabella (tabella 5) in funzione del tempo (t) di rilevazione, successivamente si costruisce il grafico relativo (figura 5)

Tempo	Media (A)	ln A
0 s	14.0 cm	2.6
30 s	11.6 cm	2.5
60 s	9.7 cm	2.3
90 s	7.6 cm	2.0
120 s	6.0 cm	1.8
150 s	4.8 cm	1.6
180 s	4.0 cm	1.4
210 s	3.6 cm	1.3
240 s	2.5 cm	0.9
270 s	2.1 cm	0.7
300 s	1.8 cm	0.6

Tab. 5 – logaritmo dell'ampiezza sperimentale in funzione del tempo di rilevazione

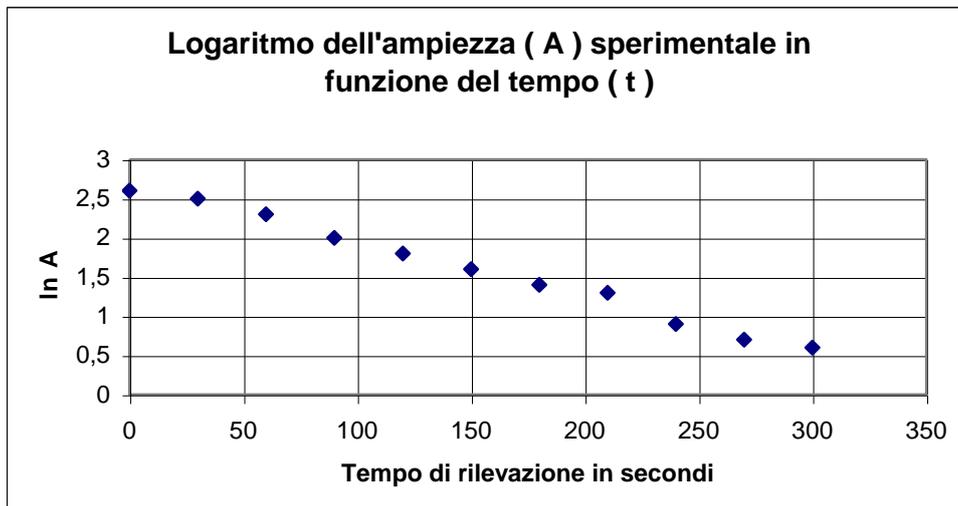


Figura. 5 – grafico del logaritmo dell'ampiezza sperimentale in funzione del tempo di rilevazione

Il grafico di tale logaritmo linearizza la curva delle oscillazioni.

Con il grafico di figura 6 si sostituisce il grafico di figura 5 con una retta ricavata con il metodo dei minimi quadrati:

$$\ln A = -0.007t + 2.663$$

Per la elaborazione dei dati, si linearizza la relazione $A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ eseguendo il suo logaritmo naturale:

$$\ln A = \ln A_0 - \frac{t}{\tau}$$

confrontando le due relazioni si ricava;

$$0.007 = \frac{1}{\tau} \quad \text{la costante di tempo } \tau = 142.24 \text{ s.}$$

$$\ln A_0 = 2.6636 \quad \text{l'ampiezza iniziale } A_0 = 14.35 \text{ mm}$$

Confrontando il valore di $A_0 = 14.35$ mm così ricavato con $A'_0 = 14.00$ mm misurato all'inizio dell'esperimento si rileva una differenza assoluta di 0.35 mm corrispondente al 2.5%.

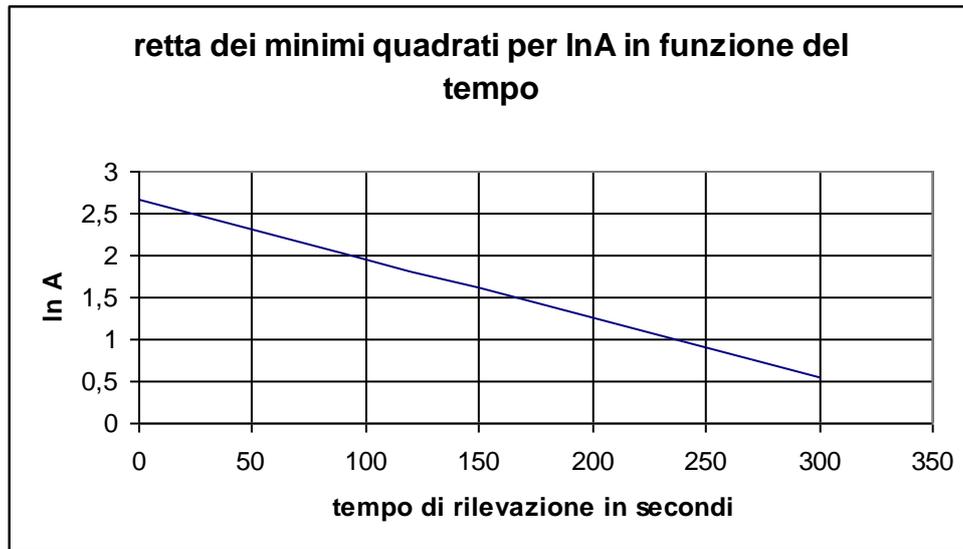


Figura. 6 - retta dei minimi quadrati del logaritmo dell'ampiezza in funzione del tempo

Parte IV.

Andamento temporale del periodo e della velocità massima del pendolo

Scopo: Determinazione dell'andamento temporale del periodo e della velocità massima del pendolo.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cellula fototraguardo 0.01 s/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Viene fissato il cilindro del pendolo a circa 30 cm in modo tale che intercetti il raggio infrarosso emesso dal traguardo fotocellula; si misura la lunghezza (L) del pendolo ed il diametro (D) del cilindro. Dopo aver impostato il diametro (D) nel programma di acquisizione dati si mette in moto il pendolo con un'ampiezza iniziale (A_0) di 10 cm e si fa partire l'acquisizione dati (misura di periodo e velocità) per un intervallo di tempo di 5 minuti.

Si grafica il periodo (T) in funzione del tempo e la velocità massima (V_{max}) sempre in funzione del tempo.

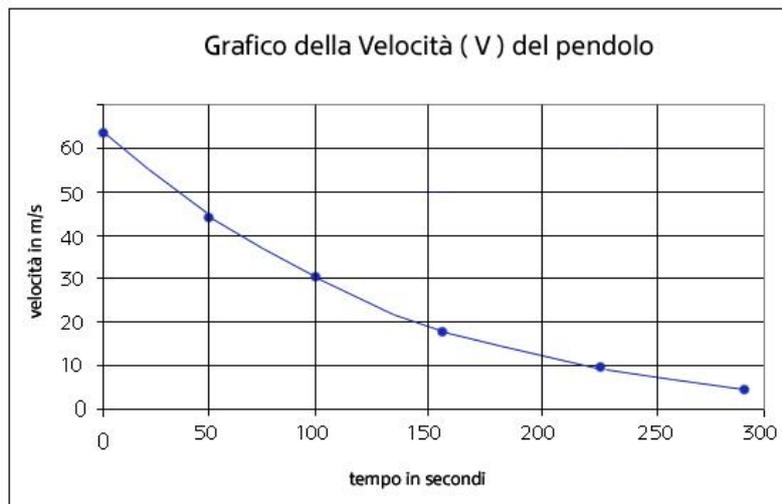


Fig. 7 – velocità del pendolo in funzione del tempo

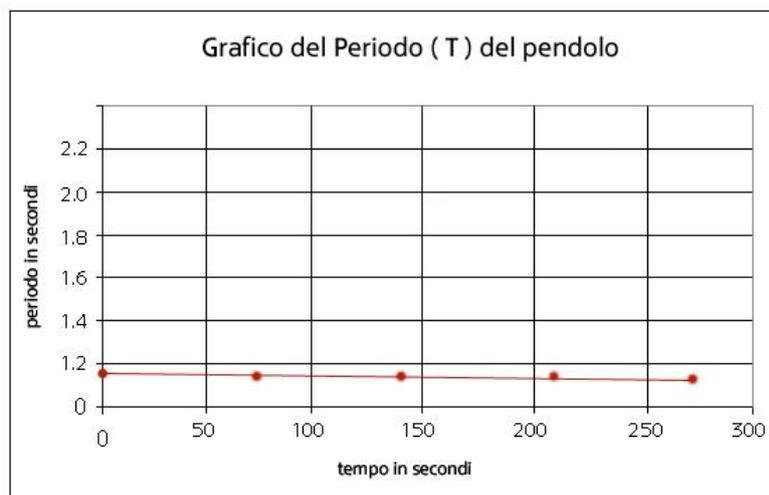


Fig 8 – periodo del pendolo in funzione del tempo

Viene linearizzato il grafico della velocità portando in scala logaritmica i valori delle ordinate.

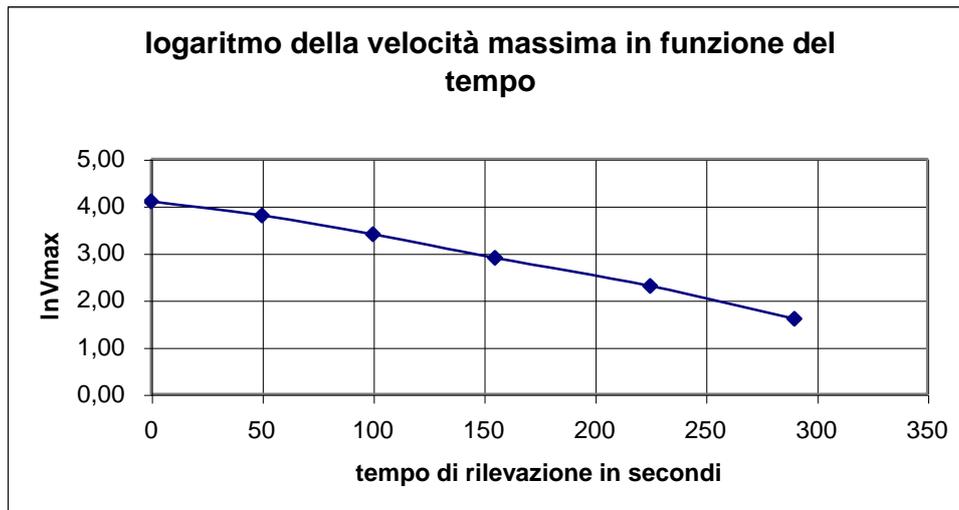


Fig. 9 – logaritmo della velocità massima in funzione del tempo

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**3^a Esperienza di Laboratorio
3/06/2005**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Studio di una molla

Introduzione:

L'attività di laboratorio si è sviluppata in tre parti, due a carattere sperimentale ed una di valutazione:

- I. Misura statica della costante elastica k della molla;
- II. Determinazione della costante elastica k di una molla in base alle misure dinamiche;
- III. Analisi e confronto del grafico di tre rette rappresentanti il quadrato del periodo T in funzione della massa del corpo oscillante.

Nella parte I e nella parte II viene determinata la costante elastica k di una molla con due metodi indipendenti: uno statico basato sulla legge di Hooke, l'altro dinamico derivato dalla misura del periodo di oscillazione del sistema "molla-massa".

Parte I.

Misura statica della costante elastica K della molla

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato la determinazione della costante elastica K , mediante la misura statica della sua deformazione, quando sollecitata ad allungamento mediante forze peso.

Per deformazione nel dominio elastico, l'allungamento è legato alla forza peso tramite la legge lineare di Hooke:

$$k\Delta l = Mg$$

dove M è una massa nota e g è l'accelerazione di gravità.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Metro da 3000 mm con sensibilità 1 mm/div
- Bilancia elettronica di sensibilità 0.5 g/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: A partire da un piattello vuoto, collegato ad una molla (vedi schema di prova in fig. 1), si incrementa la forza peso mediante l'aggiunta, di volta in volta, di masse di valore noto, misurando l'allungamento parziale della molla. Raggiunto il numero massimo di dischetti, questi vengono di nuovo tolti e man mano si misurano gli accorciamenti parziali, fino allo scarico del piattello.

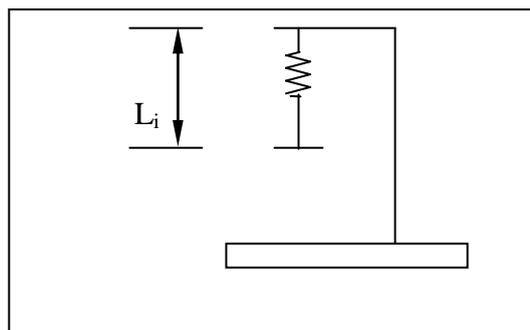


Figura 1 – schema di prova

Risultati sperimentali:

- Prima di iniziare la procedura si sono effettuate due tipi di misure: la prima per determinare la posizione iniziale del piattello vuoto, effettuata rispetto al punto fisso di ancoraggio della molla; la seconda per misurare la massa di ogni singolo dischetto. La misura della posizione iniziale del piattello vuoto è riportata in tabella 1, mentre la massa dei singoli dischetti è riportata in tabella 2.

Misura della posizione iniziale del piattello
168 mm
167 mm
166 mm
168 mm
168 mm
Media lunghezza $\bar{l}_i = 167$ mm

Tabella 1 - misura della posizione iniziale del piattello vuoto

Massa dei singoli dischetti
81.5 g
80.5 g
81.0 g
81.0 g
81.5 g
80.5 g
81.0 g
80.5 g
82.0 g
81.0 g
Media massa $\bar{m}_s = 81.0$ g

Tabella 2 - misura della massa dei singoli dischetti

- Si è iniziato il procedimento sopra descritto incrementando la massa sul piattello e misurando di volta in volta la lunghezza della molla; si sono poi eseguite le operazioni al contrario fino allo scaricamento del piattello. Si è ripetuto il procedimento per tre volte. Il numero di dischetti posizionati è stato di dieci. I valori rilevati vengono riportati nelle tabelle 3, 4 e 5.

n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di aumento del n° dischetti (mm)	n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di diminuzione del n° dischetti (mm)
0	167	10	352
1	170	9	329
2	183	8	308
3	206	7	288
4	225	6	266
5	247	5	246
6	271	4	224
7	291	3	204
8	309	2	180
9	331	1	168
10	354	0	166

Tabella 3 – rilevazione dell'allungamento della molla prima misurazione

n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di aumento del n° dischetti (mm)	n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di diminuzione del n° dischetti (mm)
0	166	10	353
1	169	9	330
2	182	8	309
3	207	7	289
4	224	6	265
5	248	5	247
6	270	4	223
7	291	3	205
8	310	2	181
9	331	1	169
10	353	0	167

Tabella 4 - rilevazione dell'allungamento della molla seconda misurazione

n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di aumento del n° dischetti (mm)	n° dischetti	Lunghezza della molla nella fase di diminuzione del n° dischetti (mm)
0	167	10	353
1	171	9	331
2	183	8	309
3	205	7	288
4	225	6	267
5	247	5	246
6	269	4	223
7	290	3	205
8	331	2	180
9	330	1	169
10	352	0	166

Tabella 5 - rilevazione dell'allungamento della molla terza misurazione

In totale sono state effettuate sei misure per ogni valore di massa.

- Si costruisce la tabella 6, nella quale si sono riportate per ogni singola misura effettuata:
 - La massa totale $m_n = n \cdot \bar{m}_s$ (n è il numero di dischetti, \bar{m}_s la massa del singolo dischetto);
 - L'allungamento assoluto ΔX_n della molla dovuto a n dischetti appesi;
 - L'allungamento relativo ΔX_s della molla dovuto al singolo dischetto aggiunto ($\Delta X_s = \Delta X_{n+1} - \Delta X_n$);
 - Il valore medio di ΔX_n e ΔX_s

n° dischetti			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_n = n \cdot m_s$ (g)			81	162	243	324	405	486	567	648	729	810
ΔX_n (mm)	1° misura	Carico \Rightarrow	3	16	39	58	80	100	104	124	164	187
		Scarico \Leftarrow	2	14	36	58	80	100	122	142	163	186
ΔX_n (mm)	2° misura	Carico \Rightarrow	3	16	41	58	82	104	125	144	165	187
		Scarico \Leftarrow	2	14	38	56	80	98	122	142	163	186
ΔX_n (mm)	3° misura	Carico \Rightarrow	4	16	38	58	80	102	123	144	163	185
		Scarico \Leftarrow	3	14	39	57	80	101	122	143	165	187
ΔX_s (mm)	1° misura	Carico \Rightarrow	3	13	23	19	22	24	20	18	22	23
		Scarico \Leftarrow	2	12	24	20	22	20	22	20	21	23
ΔX_s (mm)	2° misura	Carico \Rightarrow	3	13	25	17	24	22	21	19	21	22
		Scarico \Leftarrow	2	12	24	18	24	18	24	20	21	23
ΔX_s (mm)	3° misura	Carico \Rightarrow	4	12	22	20	22	22	21	21	19	22
		Scarico \Leftarrow	3	11	25	18	23	21	21	21	22	22
$\Delta \bar{X}_n$ (mm)			3	15	39	58	80	101	120	140	164	186
$\Delta \bar{X}_s$ (mm)			3	12	24	19	23	21	22	20	21	23

Tabella 6

Allungamenti assoluti ΔX_n e relativi ΔX_s della molla, valori rispettivi medi $\Delta \bar{X}_n$, $\Delta \bar{X}_s$ in relazione alla massa totale m_n

Valutazione dell'errore relativo a priori nella determinazione della costante elastica k:

$$k_s = \frac{m g}{\Delta X} = \frac{m g}{l - l_o}$$

Si trascura l'errore della massa e si assume per l'accelerazione il valore noto $g = 9807 \text{ mm/s}^2$. Per l'errore derivante dall'allungamento si attribuisce a $l - l_o$ un valore intermedio $(248 - 169) = 79 \text{ mm}$ ed una incertezza Δl di 1 mm.

$$\frac{\Delta k_s}{k_s} = \frac{\Delta m_n}{m_n} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2\Delta l}{l - l_o} = \frac{2 \cdot 1}{79} \cong 0.025 = 2.5\%$$

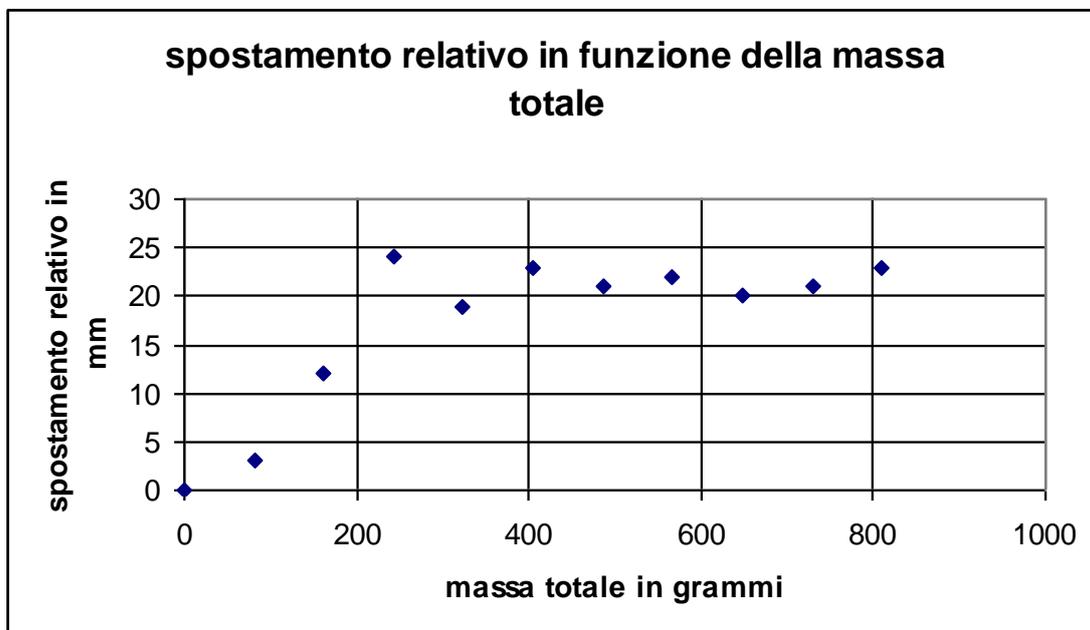
Metodo grafico:

- Si calcola l'incertezza di ΔX_n e ΔX_s , assumendo come incertezza, l'errore di sensibilità dello strumento (metro) utilizzato per la misura della lunghezza della molla: $\Delta l = \pm 1 \text{ mm}$.

Si costruisce il grafico dello spostamento medio relativo $\Delta \bar{X}_s$ (valore medio di sei misure), tabella 7 estratta dalla tabella 6, per poi tracciare la retta che meglio approssima la distribuzione.

n° dischetti	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_n = n \cdot m_s \text{ (g)}$	0	81	162	243	324	405	486	567	648	729	810
$\Delta \bar{X}_s \text{ (mm)}$	0	3	12	24	19	23	21	22	20	21	23

Tabella 7 – spostamenti medi relativi in funzione della massa totale

Figura 2 – spostamento relativo $\Delta \bar{X}_s$ della molla in funzione della massa totale m_n

Si rileva quanto segue:

- un addensamento della distribuzione dei punti sperimentali tra l'allungamento 19 mm e 24 mm, nel probabile campo di lavoro della molla;
- i punti (81, 3) (162, 12) indicano che il carico iniziale posto sul piattello è troppo debole per attivare la caratteristica della molla.

Si determina sulla base dei valori rilevati sperimentalmente, tra l'allungamento 19 mm e 24 mm ($n = 3 \div 10$), la retta che meglio approssima la distribuzione. Considerando che, in linea di principio, la retta rappresentativa deve essere parallela all'asse delle ascisse ($\Delta X = \cos t$), si determina dal valore medio dei dati sperimentali ($n = 3 \div 10$). Infatti, la retta media $\bar{T} = 21.62$ lascia approssimativamente un ugual numero di punti nei due semipiani in cui essa divide il piano cartesiano: in tal caso $\bar{T} = 21.62$ "interpola" nel miglior modo possibile i valori sperimentali (figura 3).

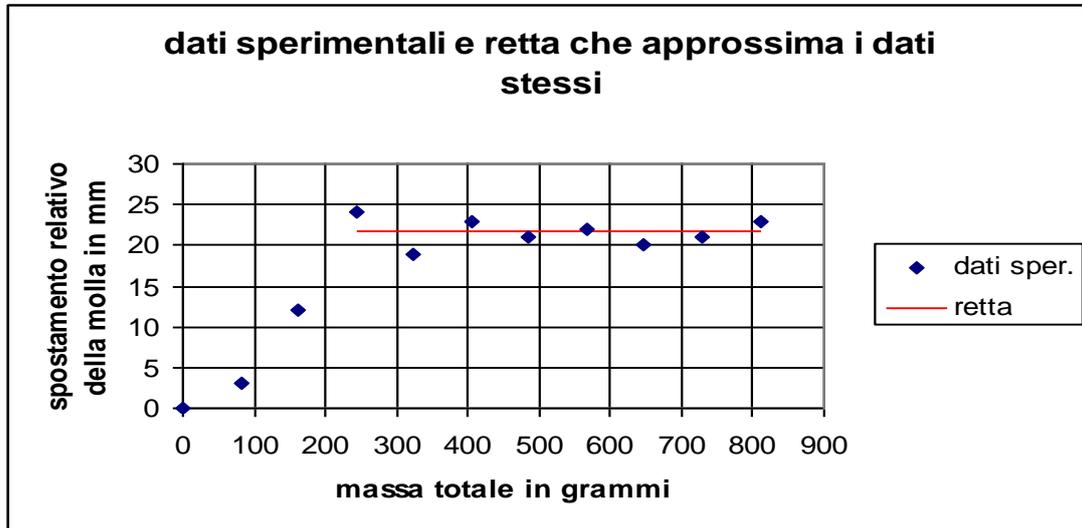


Fig. 3 - retta $\bar{T} = 21.62$ che meglio approssima i dati sperimentali per $n = 3 \div 10$

- Sulla base dei valori (tabella 8 ripresa dalla tabella 6) dell'allungamento assoluto $\Delta \bar{X}_n$, in funzione della massa totale m_n si determina in figura 4 il relativo grafico.

n° dischetti	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_n = n \cdot m_s$ (g)	0	81	162	243	324	405	486	567	648	729	810
$\Delta \bar{X}_n$ (mm)	0	3	15	39	58	80	101	120	140	164	186

Tabella 8 - Valori medi dell'allungamento assoluto in funzione della massa totale m_n

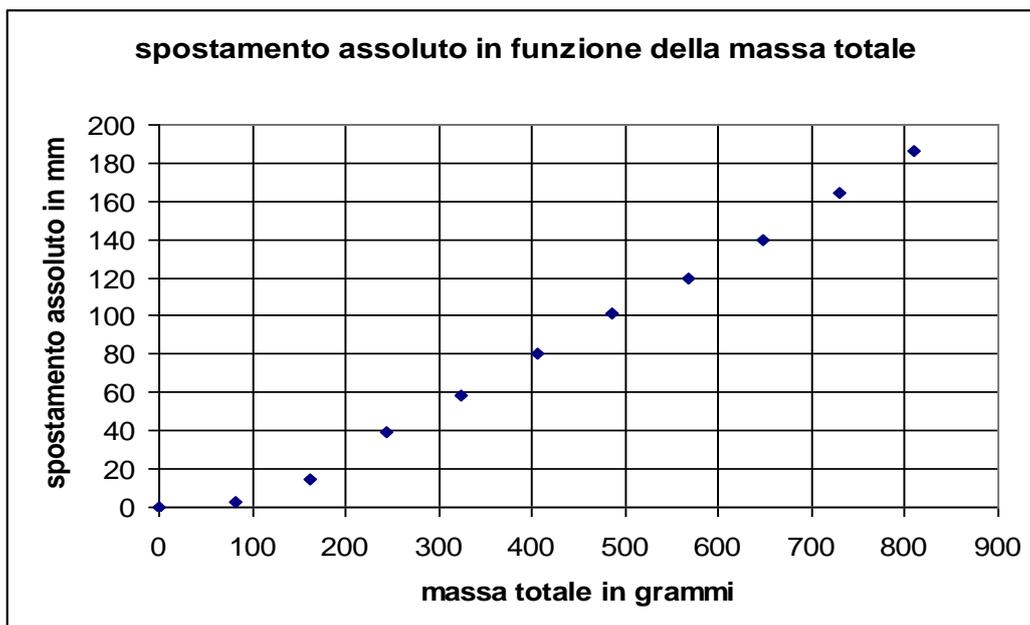


Fig. 4 - spostamento assoluto in funzione della massa totale

Il grafico massa-spostamento indica una caratteristica lineare della molla ad esclusione dei bassi carichi (< di 160g).

- Si considera una incertezza $\Delta l = \pm 1 \text{ mm}$ sulla misura dell'allungamento per cui dalla tabella 8 si ricavano i punti che determinano le rette di massima e minima pendenza (si considerano i punti 3 e 10):

$P_{10} (810, 187)$ $P_3 (243, 39)$ punti di retta di massima pendenza
 $P_{10} (810, 185)$ $P_3 (243, 41)$ punti di retta di minima pendenza

Dalla relazione $m_n g = k_s \Delta X$ si ricava $\Delta X = m_n \frac{g}{k_s} = m_n B$ dove B è la pendenza della retta

$$B_{\max} = (y_{10} - y_3)(x_{10} - x_3) = 0.26102 \text{ mm/g}$$

$$B_{\min} = (y_{10} - y_3)(x_{10} - x_3) = 0.25397 \text{ mm/g}$$

Dalla semisomma e semidifferenza tra B_{\max} e B_{\min} si ottiene B con il suo errore massimo:

$$B = (0.25750 \pm 0.00353) \text{ mm/g}$$

Si calcola la costante k_s dal coefficiente angolare e si valuta il suo errore mediante la propagazione dell'errore attraverso $k_s = \frac{g}{B}$. Si assume per l'accelerazione di gravità il valore noto $g = 9807 \text{ mm/s}^2$ trascurando così il suo apporto all'errore. Quindi:

$$\frac{\Delta k_s}{k_s} = \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta B}{B} = 0 + \frac{0.00353}{0.25750} = 0.01371 \quad k_s = \frac{g}{B} = \frac{9807}{0.25750} = 38085 \text{ g/s}^2$$

$$\Delta k_s = 0.01371 \times 38085 = 522 \text{ g/s}^2$$

Metodo dei minimi quadrati:

- Si calcola poi la costante k_s col metodo dei minimi quadrati applicato al calcolo dei parametri della retta $\Delta X = A + B m_n$ con i rispettivi errori standard, escludendo i primi tre (0,1,2) punti della tabella 8:

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta} \quad B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta} \quad \Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - A \sum y_i - B \sum x_i y_i}{N - 2}} \quad \sigma_A = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{\Delta}} \sigma_y \quad \sigma_B = \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \sigma_y$$

Dove: $y_i \equiv \Delta x$ e $x_i \equiv m_n$

$$A = -25.03571$$

$$B = 0.25838$$

$$\sigma_y = 1.51579$$

$$\sigma_A = 1.611991 \text{ mm}$$

$$\sigma_B = 0.002888 \text{ mm/g}$$

Si può calcolare la costante della molla con la sua incertezza:

$$k_s = \frac{g}{B} = \frac{9807}{0.25838} = 37956 \text{ g/s}^2 = 37956 \text{ g/mm}$$

$$\sigma_{k_s} = \frac{g}{B^2} \sigma_B = \frac{9807}{(0.25838)^2} 0.002888 = 424 \text{ g/s}^2$$

Si ottiene quindi la costante della molla: $k_s = (37956 \pm 424) \text{ g/s}^2$

Tale risultato è della stessa precisione di quello grafico.

Parte II

Determinazione della costante elastica K di una molla in base alle misure dinamiche

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato la determinazione della costante elastica K, mediante la misura del periodo di oscillazione di un sistema “molla–massa” che oscilla con moto armonico semplice di periodo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_o}{k} + \frac{m_n}{k}} \quad (1)$$

Dove: m_n massa concentrata e m_o è la massa complessiva della molla e piattello (valore sconosciuto).

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cronometro digitale con sensibilità 0.01 s/div
- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: A partire con tutti i dischetti a disposizione posizionati sul piattello si mette in oscillazione il sistema, spostandolo dalla posizione di equilibrio nella direzione verticale di qualche centimetro. Si misura la durata di dieci oscillazioni complete. Si toglie poi, un dischetto alla volta e si misura ogni volta la durata di dieci oscillazioni. Si continua fin quando è ancora possibile contare le oscillazioni.

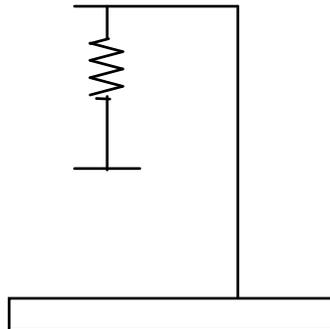


Figura 1 – schema di prova

Risultati sperimentali:

- Si riportano in tabella 1 i valori rilevati del periodo di oscillazione in relazione alle masse posizionate.

n° dischetti	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$m_n = n \cdot m_s$ (g)	810	729	648	567	486	405	324	243	/	/
Tempo $t_{10} \pm 0.1$ s	8.65 s	8.35 s	7.78 s	7.22 s	6.78 s	6.22 s	5.72 s	5.00 s	/	/
	8.78 s	8.28 s	7.87 s	7.19 s	6.88 s	6.22 s	5.84 s	4.94 s	/	/
	8.53 s	8.32 s	7.81 s	7.31 s	6.75 s	6.19 s	5.75 s	5.03 s	/	/
	8.50 s	8.25 s	7.66 s	7.25 s	6.87 s	6.28 s	5.84 s	4.94 s	/	/
	8.50 s	8.25 s	7.77 s	7.33 s	6.87 s	6.30 s	5.80 s	4.88 s	/	/
Tempo medio $t_{10} \pm 0.1$ s	8.59 s	8.29 s	7.78 s	7.26 s	6.83 s	6.24 s	5.79 s	4.96 s	/	/
Periodo medio $\bar{T} \pm 0.01$ s	0.86 s	0.83 s	0.78 s	0.73 s	0.68 s	0.62 s	0.58 s	0.50 s	/	/
Periodo medio quadro $\bar{T}^2 \pm 0.01$ s ²	0.74 s	0.69 s	0.61 s	0.53 s	0.46 s	0.38 s	0.34 s	0.25 s	/	/

Tabella 1 - periodo di oscillazione in funzione delle masse posizionate

Elaborazione dati:

- Si linearizza l'espressione (1) del periodo di oscillazione elevando al quadrato ambo i membri:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_d} m_o + \frac{4\pi^2}{k_d} m_n \quad \text{e ponendo:}$$

$$Y = T^2 \quad A = \frac{4\pi^2}{k_d} m_o \quad B = \frac{4\pi^2}{k_d} \quad X = m_n$$

Si esegue la regressione di T^2 su m_n , poiché la massa presenta l'errore relativo più piccolo.

Metodo grafico:

- Si riporta in figura 2 il quadrato del periodo di oscillazione T^2 in funzione delle masse applicate m_n

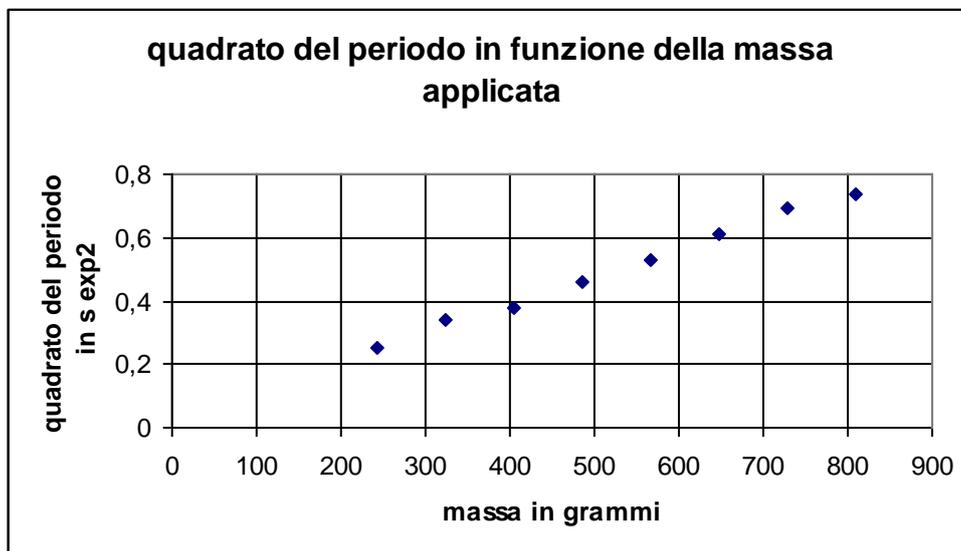


Figura 2 – quadrato del periodo del sistema molla- massa in funzione della massa m_n applicata

- Si considera una incertezza $\Delta T = \pm 0.01$ s sulla misura del periodo, per cui dalla tabella 1 si ricavano i punti che determinano le rette di massima e minima pendenza (si considerano i punti 10 e 3):

P_{10} (810, 0.75) P_3 (243, 0.24) punti di retta di massima pendenza
 P_{10} (810, 0.73) P_3 (243, 0.25) punti di retta di minima pendenza

$$B_{\max} = (y_{10} - y_3)(x_{10} - x_3) = 8.9995 \times 10^{-4} \quad \text{s}^2/\text{g}$$

$$B_{\min} = (y_{10} - y_3)(x_{10} - x_3) = 8.4656 \times 10^{-4} \quad \text{s}^2/\text{g}$$

Dalla semisomma e semidifferenza tra B_{\max} e B_{\min} si ottiene B con il suo errore massimo:

$$B = (8.7302 \times 10^{-4} \pm 2.6455 \times 10^{-5}) \text{ s}^2/\text{g}$$

La retta che meglio approssima i risultati sperimentali si ricava, calcolando l'intercetta T_0^2 (per esempio per $m = 243$ e per $T = 0.25$), dalla relazione $T^2 = Bm_n + T_0^2$; $T_0^2 = 0.0379$.

Quindi si ha: $T^2 = 8.7302 \times 10^{-4} m_n + 0.0379$

Il grafico di figura 3 rappresenta la retta che meglio approssima i dati sperimentali.

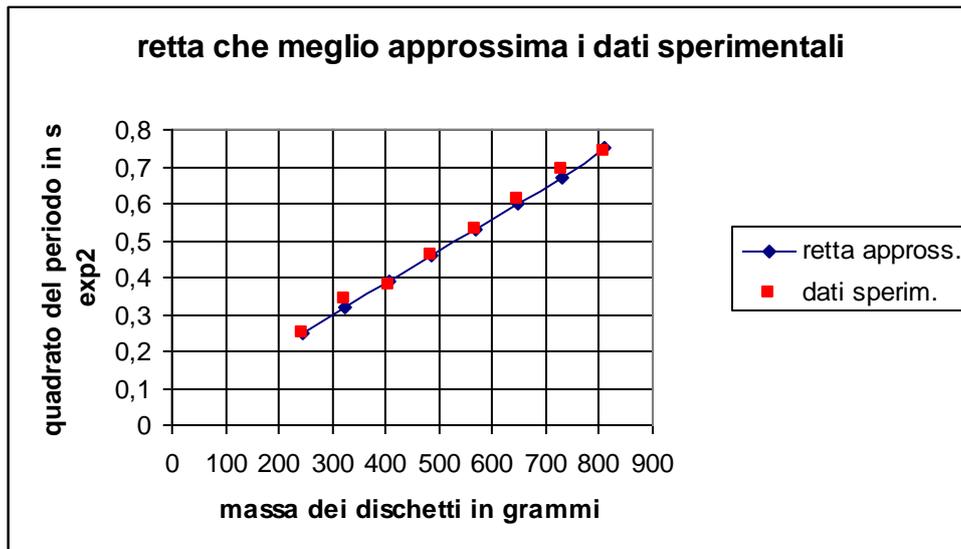


Figura 3 - retta che meglio approssima i dati sperimentali

- Il valore della costante k_d con il suo errore massimo è:

$$k_d = \frac{4\pi^2}{B} = \frac{4\pi^2}{8.7302^{-4}} = 45220 \text{ g/s}^2 \quad \Delta k_d = \frac{4\pi^2}{B^2} \Delta B = \frac{4\pi^2}{(8.7302^{-4})^2} 2.6455^{-5} = 1370 \text{ g/s}^2$$

$$k_d = (45220 \pm 1370) \text{ g/s}^2$$

- Si calcola, tramite la relazione $T^2 = 8.7302^{-4} m + T_0^2$ per $T = 0$ (intersezione della retta con l'asse delle ascisse), il valore m_0 della massa molla- piattello: $m = |m_0| = 43.36 \text{ g}$

Calcolo del k_d col metodo dei minimi quadrati:

- Si calcola poi la costante k_d col metodo dei minimi quadrati applicato al calcolo dei parametri della retta $\Delta \bar{T}^2 = A + B m_n$ con i rispettivi errori standard:

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta} \quad B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta} \quad \Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - A \sum y_i - B \sum x_i y_i}{N-2}} \quad \sigma_A = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{\Delta}} \sigma_y \quad \sigma_B = \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \sigma_y$$

Dove: $y_i \equiv \Delta T^2$ e $x_i \equiv m_n$

$$A = 0.04035714$$

$$B = 0.00087302$$

$$\sigma_y = 0.01139131$$

$$\sigma_A = 0.01211423 \text{ s}^{-2}$$

$$\sigma_B = 0.00001879 \text{ s}^2 \text{g}^{-1}$$

- Si può calcolare la costante della molla con la sua incertezza:

$$k = \frac{4\pi^2}{B} = \frac{4\pi^2}{0.00087302} = 45221 \text{ g/s}^2 \quad \sigma_d = \frac{4\pi^2}{B^2} \sigma_B = \frac{4\pi^2}{0.00087302^2} = 973 \text{ g/s}^2$$

Quindi: $k_d = (45221 \pm 973) \text{ g/s}^2$

Conclusioni:

Il valore della costante della molla calcolato col metodo dei minimi quadrati è nel valore medio praticamente uguale a quello calcolato col metodo grafico, mentre il suo errore standard è inferiore.

Parte III

Analisi delle rette $T^2 = f(m)$ riportate in un grafico

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stata la determinazione, mediante il metodo grafico applicato a ciascuna di tre rette (figura 1) denominate **a**, **b**, **c**, della costante elastica K di una molla e della massa m_0 ad esse collegata. Inoltre è stato fatto il confronto di **a** con **b**, **a** con **c** e **b** con **c**

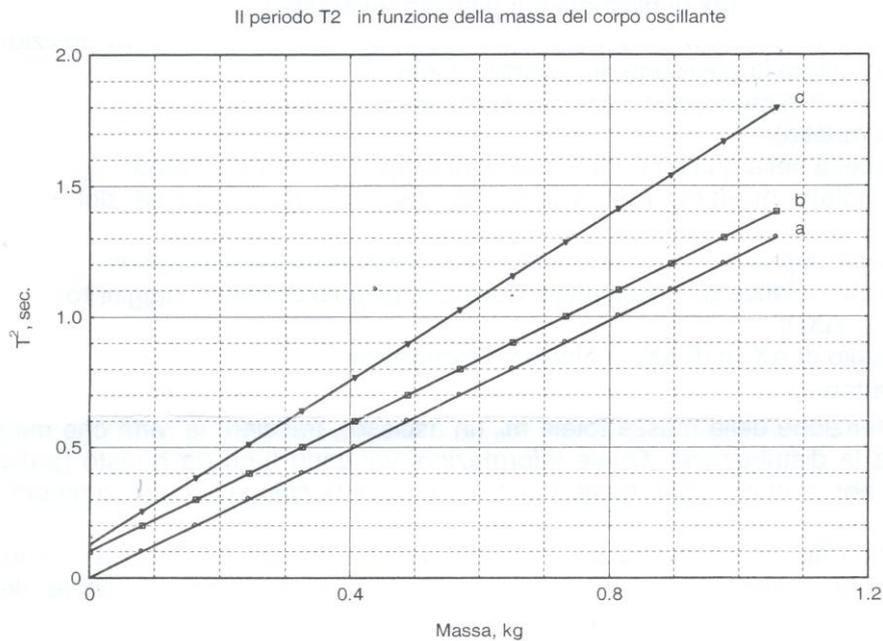


Figura 1 – periodo T^2 in funzione della massa del corpo oscillante

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame è stato impiegato il seguente strumento:

- Righello di 30 cm con sensibilità 1 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si misurano con il righello sia le ascisse che le ordinate del grafico e si determina la scala in rapporto alla massa e al quadrato del periodo:

ascisse: 1 mm = 0.012 kg

ordinate: 1 mm = 0.025 s²

Si riporta in tabella 1 il quadrato del periodo in funzione della massa rilevate dal grafico, per ognuna delle tre rette.

n° (numeri di incrementi)	m_n (kg)	Quadrato del periodo: T^2 (s ²)		
		Retta a	Retta b	Retta c
0	0.000	0.00	0.10	0.13
1	0.082	0.10	0.20	0.25
2	0.163	0.20	0.30	0.38
3	0.245	0.30	0.40	0.51
4	0.326	0.40	0.50	0.64
5	0.408	0.50	0.60	0.76
6	0.490	0.60	0.70	0.89
7	0.571	0.70	0.80	1.03
8	0.653	0.80	0.90	1.15
9	0.734	0.90	1.00	1.28
10	0.816	1.00	1.10	1.41
11	0.898	1.10	1.20	1.54
12	0.979	1.20	1.30	1.68
13	1.061	1.30	1.40	1.80

Tabella 1- quadrato del periodo in funzione della massa per ognuna delle tre rette

Analisi delle tre rette:

Le tre rette sono rette del tipo: $y = A + Bx$ dove B è la pendenza rispetto all'asse delle ascisse x e A è l'intercetta della retta con l'asse delle Y (per $x = 0$).

La suddetta relazione rappresenta il quadrato del periodo del sistema molla – massa in funzione della massa applicata: $T^2 = A + Bm$.

Dal grafico si evince che :

Si può pensare che le due rette rappresentino la stessa molla: nel caso della retta **b** essa corrisponde ad un grafico che porta in ascisse le sole masse incrementali m_i applicate (dischetti), con esclusione della massa della molla e del piattello porta masse (origine delle ascisse $m_i = 0$).

L'intercetta della retta con l'asse delle ascisse permette di calcolare (per $T=0$) la massa m_p del piattello più la massa m_n della molla una volta nota la costante A .

La retta **a** corrisponde ad un grafico che porta in ascisse la somma delle masse incrementali m_i applicate e della massa della molla m_n e del piattello m_p (origine delle ascisse $m_i = m_m = m_p = 0$).

La retta **c** rappresenta il quadrato del periodo del sistema molla – massa in funzione della massa applicata, per una molla diversa da quella **a/b** e con una rigidità inferiore: ($B_d > B_{a/b}$) dove ($B = \frac{4\pi^2}{k_d}$) la rigidità k è inversamente proporzionale alla pendenza B .

Metodo grafico:

- Si considera una incertezza $\Delta T = \pm 0.01s$ sulla misura del periodo tenendo conto della possibilità di rilevare sul grafico valori del quadrato del periodo pari a $0.5mm = 0.013s^2$. Si considera trascurabile l'incertezza sulle masse ($\Delta m = 0.006kg$).

retta a

- Dalla tabella 1 si ricavano i punti che determinano le rette di massima e minima pendenza :

$P_{13} (1.061, 1.31)$ $P_0 (0.0, 0.0)$ punti di retta di massima pendenza
 $P_{13} (1.061, 1.29)$ $P_0 (0.0, 0.0)$ punti di retta di minima pendenza

$$B_{\max} = (y_{13} - y_0)(x_{13} - x_0) = 1.234684 \quad s^2/kg$$

$$B_{\min} = (y_{13} - y_0)(x_{13} - x_0) = 1.215834 \quad s^2/kg$$

Dalla semisomma e semidifferenza tra B_{\max} e B_{\min} si ottiene B con il suo errore massimo:

$$B = (1.225259 \pm 0.00943) s^2/kg$$

La retta **a** passa per l'origine, per cui $A = 0$; quindi la relazione è: $T^2 = 1.225259 m_n$, da cui la massa al punto 1 risulta: $m = 0.082kg$

- Il valore della costante k_d (ricavato da una misura dinamica) con il suo errore massimo è:

$$k_d = \frac{4\pi^2}{B} = \frac{4x\pi^2}{1.225259} = 32.22 \quad Kg/s^2 \quad \Delta k_d = \frac{4\pi^2}{B^2} \Delta B = \frac{4\pi^2}{(1.225259)^2} 0.00943 = 0.248 \quad kg/s^2$$

$$k_d = (32.22 \pm 0.25) kg/s^2$$

retta b

- Dalla tabella 1 si ricavano i punti che determinano le rette di massima e minima pendenza :

$$\begin{array}{ll} P_{13} (1.061, 1.41) & P_0 (0.0, 0.09) \text{ punti di retta di massima pendenza} \\ P_{13} (1.061, 1.39) & P_0 (0.0, 0.11) \text{ punti di retta di minima pendenza} \end{array}$$

$$B_{\max} = (y_{13}-y_0)(x_{13}-x_0) = 1.244109 \quad \text{s}^2/\text{kg}$$

$$B_{\min} = (y_{13}-y_0)(x_{13}-x_0) = 1.206409 \quad \text{s}^2/\text{kg}$$

Dalla semisomma e semidifferenza tra B_{\max} e B_{\min} si ottiene B con il suo errore massimo:

$$B = (1.225259 \pm 0.018850) \text{ s}^2/\text{kg}$$

- Il valore della costante k_d (ricavato da una misura dinamica) con il suo errore massimo è:

$$k_d = \frac{4\pi^2}{B} = \frac{4x\pi^2}{1.225259} = 32.22 \quad \text{Kg/s}^2 \quad \Delta k_d = \frac{4\pi^2}{B^2} \Delta B = \frac{4\pi^2}{(1.225259)^2} 0.018850 = 0.496 \quad \text{kg/s}^2$$

$$k_d = (32.22 \pm 0.50) \text{ kg/s}^2$$

- La retta **b** non passa per l'origine: $A \neq 0$.

Si calcola, tramite la relazione $T^2 = 1.225259m + T_0^2$ per $T = 0$ (intersezione della retta con l'asse delle ascisse) e $A = T_0^2 = 0.10 \text{ s}^2$ ($m_n = 0$), il valore m_0 della massa molla- piattello: $m = m_0 = 0.082 \text{ kg}$

retta c

- Dalla tabella 1 si ricavano i punti che determinano le rette di massima e minima pendenza :

$$\begin{array}{ll} P_{13} (1.061, 1.81) & P_0 (0.0, 0.12) \text{ punti di retta di massima pendenza} \\ P_{13} (1.061, 1.79) & P_0 (0.0, 0.14) \text{ punti di retta di minima pendenza} \end{array}$$

$$B_{\max} = (y_{13}-y_0)(x_{13}-x_0) = 1.592837 \quad \text{s}^2/\text{kg}$$

$$B_{\min} = (y_{13}-y_0)(x_{13}-x_0) = 1.555137 \quad \text{s}^2/\text{kg}$$

Dalla semisomma e semidifferenza tra B_{\max} e B_{\min} si ottiene B con il suo errore massimo:

$$B = (1.573987 \pm 0.018850) \text{ s}^2/\text{kg}$$

- Il valore della costante k_d (ricavato da una misura dinamica) con il suo errore massimo è:

$$k_d = \frac{4\pi^2}{B} = \frac{4x\pi^2}{1.573087} = 25.10 \quad \text{Kg/s}^2 \quad \Delta k_d = \frac{4\pi^2}{B^2} \Delta B = \frac{4\pi^2}{(1.573987)^2} 0.018850 = 0.300 \quad \text{kg/s}^2$$

$$k_d = (25.10 \pm 0.30) \text{ kg/s}^2$$

- La retta **b** non passa per l'origine: $A \neq 0$.

Si calcola, tramite la relazione $T^2 = 1.573987m + T_0^2$ per $T = 0$ (intersezione della retta con l'asse delle ascisse) e $A = T_0^2 = 0.13 \text{ s}^2$ ($m_n = 0$), il valore m_0 della massa molla- piattello: $m = m_0 = 0.083 \text{ kg}$

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**4^a Esperienza di Laboratorio
9/06/2005**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Pendolo di Torsione

Introduzione:

L'attività di laboratorio si è sviluppata in tre parti, due a carattere sperimentale ed una a carattere teorico:

- I. Determinazione del momento di inerzia del pendolo a torsione;
- II. Determinazione sperimentale del momento di inerzia dei dischi;
- III. Calcolo del momento di inerzia di un disco tramite il teorema di Huygens.

Nella Parte I viene determinato sperimentalmente il momento d'inerzia del pendolo a torsione tramite le misure del periodo di oscillazione del pendolo stesso; nella Parte II e III viene invece determinato il momento d'inerzia di un singolo dischetto, nella prima, in base ai dati sperimentali, nella seconda in base al teorema di Huygens.

Parte I.

Determinazione del momento di inerzia (I_0) del pendolo a torsione

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato determinare il momento di inerzia I_0 del pendolo a torsione .

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Metro da 3000 mm con sensibilità 1 mm/div
- Calibro ventesimale di sensibilità 0.05 mm/div
- Cronometro digitale di sensibilità 0.01 s/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si considera il sistema in esame composto come in figura 1:

Un piattello è appeso mediante un filo d'acciaio di lunghezza l_f ad un sostegno; il piattello consiste in un disco di alluminio (densità $\rho = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) di raggio R_p e spessore d_p .

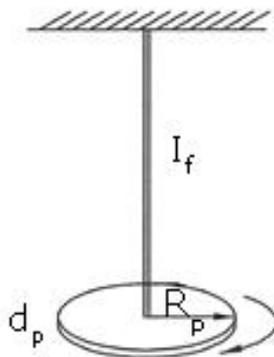


Figura 1 – schema di prova

Ruotando il disco dalla sua posizione di riposo per un angolo θ e lasciandolo libero, esso inizierà ad oscillare in un moto armonico angolare con un periodo T_0 . La rotazione farà sorgere un momento torcente M di richiamo che tende a contrastare la rotazione.

Risultati sperimentali:

- Per determinare sperimentalmente il momento di inerzia si eseguono le seguenti misurazioni: diametro D_p e spessore del piattello d_p ; diametro d_f e lunghezza l_f del filo di sospensione. I valori rilevati vengono riportati nella tabella 1.

n° misurazioni	Diametro Piattello D_p (cm)	Spessore Piattello d_p (cm)	Diametro filo sospensione d_f (cm)	Lunghezza filo sospensione l_f (cm)
1	20.1	0.300	0.055	38.2
2	20.0	0.310	0.055	38.3
3	19.9	0.315	0.055	38.2
4	20.0	0.310	0.055	38.2
5	20.0	0.300	0.055	38.3
Media	20.0	0.310	0.055	38.2

Tabella 1 – rilevazione delle dimensioni del piattello e del filo di sospensione

In base a questi dati viene calcolato il momento d'inerzia I_{oc} del piattello attraverso la seguente relazione e la relativa l'incertezza di misura:

$$I_{oc} = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} m \frac{D_p^2}{4}$$

dove la massa è data da $m = \rho V$ e il volume è dato da $V = \pi \frac{D_p^2}{4} d_p$

L'incertezza relativa al calcolo del volume è pari a: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta d_p}{d_p} = \frac{\Delta m}{m} = 0.026$

L'incertezza relativa al momento d'inerzia è pari a :

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Delta R}{R} + \frac{\Delta m}{m} = 0.036 \quad \text{dove} \quad \Delta I = I \cdot 0.036 = 0.0000468$$

$$I_{oc} = (0.0013 \pm 0.0000468) \text{ kg m}^2$$

- Ponendo in rotazione il piattello con un angolo pari a circa 2π si misura il periodo T complessivo di circa 10 oscillazioni. Si costruisce con tali valori la tabella 2.

n° misurazioni	T (s)
1	65.47
2	65.47
3	65.09
4	65.09
5	65.12
Media	65.25

Tabella 2 - rilevazione del periodo T complessivo di 10 oscillazioni

Si calcola l'incertezza relativa di misura del periodo T_0 per una oscillazione: $\frac{\Delta T}{T} = \frac{0.1}{6.525} = 0.015$

$$\Delta T = T \cdot 0.015 = 0.098 \text{ s}$$

Deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = 0.1816 \text{ s}$$

Varianza:

$$\nu = \sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 0.033 \text{ s}^2$$

Usando il valore di k (costante di torsione) si determina il momento di inerzia I_0 del piattello mediante la seguente relazione:

$$I_0 = \frac{kT_0^2}{4\pi^2} \quad \text{ricavata da} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}}$$

$$\text{Dove } k \text{ è uguale a: } k = \frac{\pi}{32} G \frac{d_f^4}{l_f} = 0.00188 \text{ N m} \quad \text{e } G \text{ è uguale a: } G = 8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\text{L'incertezza relativa a } k \text{ è uguale a: } \frac{\Delta k}{k} = \frac{4\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} = 0.0226 \quad \text{e } \Delta k = k \cdot 0.0226 = 0.000042 \text{ N m}$$

$$\text{Il momento d'inerzia } I_0 \text{ del piattello è uguale a: } I_0 = \frac{kT_0^2}{4\pi^2} = 0.002 \text{ kg m}^2$$

$$\text{L'incertezza relativa a } I_0 \text{ è uguale a: } \frac{\Delta I_0}{I_0} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{2\Delta T_0}{T_0} = 0.0376 \quad \text{e } \Delta I_0 = I_0 \cdot 0.0376 = 0.000075 \text{ kg m}^2$$

In base al valore sperimentale del momento di inerzia il periodo di una oscillazione è pari a:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}} = 6.48 \text{ s}$$

- Confrontando i risultati sperimentali con quelli ottenuti dal calcolo teorico ($I_{oc} = \frac{1}{2}mR^2$), il momento d'inerzia sperimentale del piattello, si discosta dal quello teorico in quanto in quest'ultimo non si è tenuto conto del contributo apportato dai perni presenti sulla superficie del piattello e dall'elemento di aggancio tra il filo di sospensione ed il piattello stesso. Il valore sperimentale risulta infatti maggiore di quello teorico.

Parte II.

Determinazione sperimentale del momento d'inerzia dei dischi

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato determinare il momento di inerzia I_d dei dischi posizionati sul piattello in rotazione.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Cronometro digitale di sensibilità 0.01 s/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si considera sempre il sistema in esame composto come in figura 2.

Il piattello in questione è dotato di 6 perni posizionati a distanza R_d dal filo di sospensione per il fissaggio dei dischi forati. Tali dischi sono posizionati sul piattello in maniera tale da non alterarne l'equilibrio statico. Disponendo di 10 dischi uguali si effettuano 7 combinazioni di N dischi sul piattello: $N = 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10$.

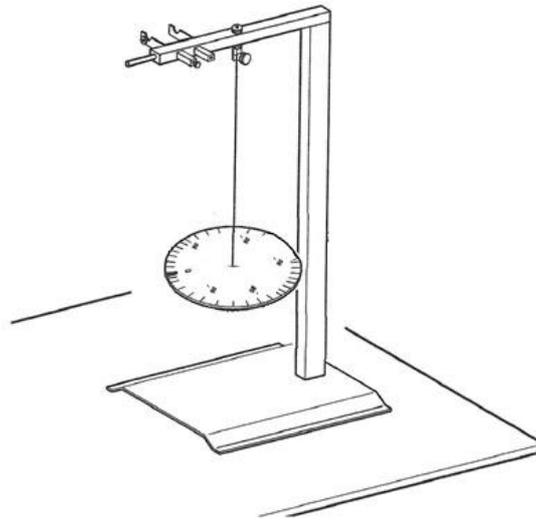


Figura 2 – schema di prova

Risultati sperimentali:

- Ponendo in rotazione il piattello con un angolo pari a circa 2π si misura il periodo T complessivo di circa 10 oscillazioni nelle 7 combinazioni di N dischi sul piattello. Si costruisce con tali valori la tabella 3.

n° misurazioni	T per N=2 (s)	T per N=3 (s)	T per N=4 (s)	T per N=6 (s)	T per N=8 (s)	T per N=9 (s)	T per N=10 (s)
1	81.94	89.03	95.53	107.19	118.44	123.25	128.06
2	81.62	88.81	95.50	107.47	118.10	123.47	128.09
3	81.65	89.19	95.65	107.66	118.25	123.30	128.12
4	81.73	89.05	95.62	107.39	118.41	123.35	128.05
5	81.52	88.90	95.56	107.50	118.30	123.28	128.18
Media	81.69	89.00	95.57	107.44	118.30	123.33	128.10

Tabella 3 - rilevazione del periodo T complessivo di 10 oscillazioni nelle 7 combinazioni di N dischi

- Si calcola in base alle misure sperimentali il momento di inerzia di un disco I_d considerando che il momento dell'intero sistema è pari a $I = I_0 + N I_d$, con un periodo di oscillazione pari a:

$$T^2 = T_0^2 + 4\pi^2 \left(\frac{I_d}{k}\right) N.$$

I risultati sono riportati nella tabella 4 con l'utilizzo della seguente formula:

Momento d'inerzia di un disco:
$$I_d = \frac{T^2 - T_0^2}{N} \frac{k}{4\pi^2} \quad \text{con } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{K}} = 6.48 \text{ s}$$

Numero dischetti N	Momento d'inerzia di un disco I_d (kg · m ²)
2	0.000589
3	0.000591
4	0.000587
6	0.000583
8	0.000583
9	0.000582
10	0.000581
Media \bar{I}_d	0.000585

Tabella 4 – Momento d'inerzia medio di un disco in base ai risultati sperimentali

- Si costruisce il grafico (Figura 3) di T^2 , periodo di una oscillazione, in funzione del numero N di dischetti presenti sul piattello.

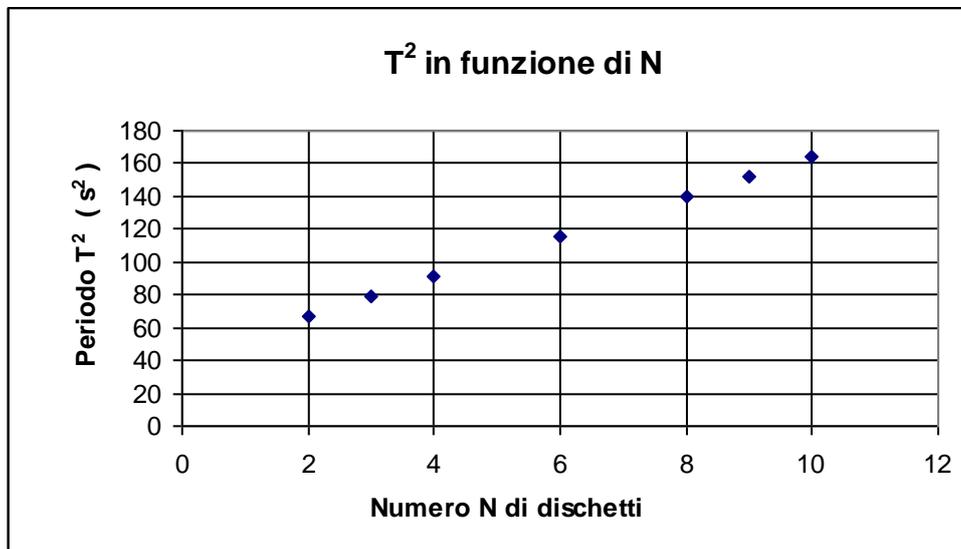


Figura 3 – Periodo T^2 di una oscillazione in funzione del numero N di dischetti

- La retta che approssima meglio i punti sperimentali ha la seguente relazione: $T^2 = A + BN$
 Dalla relazione $T^2 = T_0^2 + 4\pi^2 \left(\frac{I_d}{k}\right) N$, posta la pendenza della retta $B = 4\pi^2 \left(\frac{I_d}{k}\right)$, tramite il metodo dei minimi quadrati si determina la pendenza della retta e l'intercetta $A = T_0^2$ con l'asse delle ordinate.

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta} \quad B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta} \quad \Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$B = 4\pi^2 \left(\frac{I_d}{k}\right) = 12.1613 \text{ s}^2 \quad A = T_0^2 = 42.5835 \text{ s}^2 \quad T^2 = 42.5835 + 12.1613N$$

- Si ricava il rapporto $\frac{I_d}{k}$ da $\left(\frac{I_d}{k}\right) = \frac{B}{4\pi^2} = 0.3081 \text{ s}^2$

Tale valore viene confrontato con il valore calcolato $\frac{I_{dc}}{k} = \frac{0.000585}{0.00188} = 0.3112 \text{ s}^2$.

Si nota una lieve discordanza percentuale tra i due valori così calcolata $\frac{\left(\frac{I_d}{k}\right)_{es} - \left(\frac{I_{dc}}{k}\right)}{\left(\frac{I_{dc}}{k}\right)} = 0.99\%$

- L'intercetta con l'asse delle ordinate risulta $A = T_0^2 = 42.5835 \text{ s}^2$. Si ricava il valore $T_0 = 6.53 \text{ s}$ che viene confrontato con quello calcolato nella parte I $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{K}} = 6.48 \text{ s}$.

Si rileva una leggera differenza percentuale tra i due valori così calcolata: $\frac{(T_0)_{es} - T_0}{T_0} = 0.77\%$

Parte III.

Calcolo del momento di inerzia di un disco

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stato determinare il momento di inerzia I_{dc} di un disco tramite il teorema di Huygens.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calibro ventesimale di sensibilità 0.05 mm/div

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Per il calcolo del momento d'inerzia intorno all'asse centrale del dischetto (vedi figura 4) si fa uso del teorema di Huygens il quale stabilisce che:

Il momento d'inerzia di un corpo rispetto ad un qualsiasi asse (I_a) è pari al momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo a quello passante per il centro di massa ($I_{a,c}$) aumentato del momento d'inerzia che rispetto all'asse dato avrebbe tutta la massa se fosse concentrata nel centro di massa.

$$I_a = I_{a,c} + md^2$$

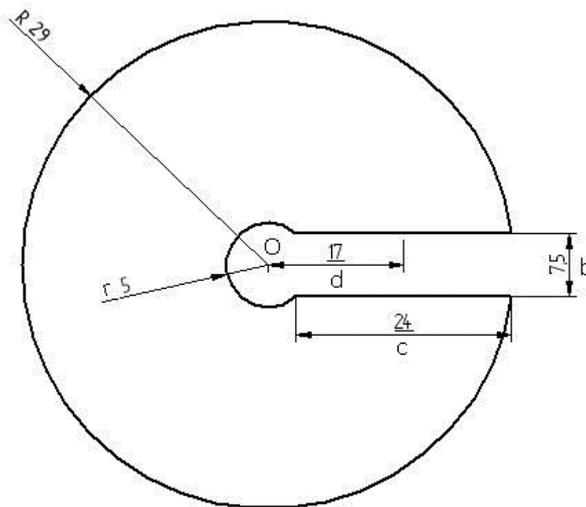


Figura 4 – dimensioni di un dischetto

- Il momento d'inerzia del disco descritto in figura 4, rispetto all'asse centrale passante per **O**, si ottiene detraendo dal momento d'inerzia del disco il momento d'inerzia del dischetto centrale e della lastra. Per il teorema di Huygens si scrive la seguente relazione:

$$I_{dc} = \frac{1}{2} m_1 R^2 - \left[\frac{1}{2} m_2 r^2 + m_3 \left(\frac{b^2 + c^2}{12} + d^2 \right) \right]$$

Dove: m_1 è la massa del disco pieno, m_2 è la massa del dischetto centrale ed m_3 è la massa della lastra.

Spessore S dei singoli dischetti (mm)
4.00
4.05
3.95
4.00
4.00
Media $\bar{s} = 4$

Tabella 5 – spessore del dischetto

Determinato lo spessore del disco nel valor medio di 4 mm (vedi tabella 5) si calcolano le masse m_1 , m_2 ed m_3 tramite la relazione $m = \rho V$, (con $\rho = 7685 \text{ kg/m}^3$): $m_1 = 0.081 \text{ kg}$, $m_2 = 0.00241 \text{ kg}$ ed $m_3 = 0.00553 \text{ kg}$.

Sostituendo i valori nella relazione precedente si ottiene $I_{dc} = 0.0000296 \text{ kg m}^2$

- Confrontando tale risultato I_{dc} con il valore I_d ottenuto nella Parte II, si nota che i valori dei momenti di inerzia sono differenti in quanto il primo è calcolato rispetto al proprio asse passante per **O**, ed il secondo è calcolato rispetto all'asse di rotazione del piattello.
-

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**5^a Esperienza di Laboratorio
16/06/2005**

**Piano inclinato
Studio del moto di un corpo**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Piano inclinato Studio del moto di un corpo

Introduzione:

L'attività di laboratorio si è sviluppata nelle seguenti quattro parti:

- I. Descrizione degli elementi teorici;
- II. Calibrazione del sensore SONAR;
- III. Determinazione sperimentale della forza d'attrito dinamico;
- IV. Determinazione sperimentale del coefficiente di restituzione ϵ dei respingenti magnetici.

Lo scopo di tale esperienza è la determinazione sperimentale del coefficiente d'attrito e lo studio dei fenomeni d'urto.

Parte I.

Descrizione degli elementi teorici

• Per la descrizione degli elementi teorici si prende in esame un piano inclinato scabro su cui si muove un carrello, sia in salita (Figura 2) che in discesa (Figura 3); si stabilisce un sistema di riferimento costituito da un asse x parallelo al piano inclinato orientato verso il basso e un asse y ortogonale al piano orientato verso l'alto. Le forze agenti su di esso sono la forza peso F_g diretta verticalmente verso il basso, la forza di attrito A che si oppone al moto e la reazione vincolare N del piano inclinato diretta perpendicolarmente al piano stesso. Il moto del carrello è determinato dall'equazione del II Principio della Dinamica:

$$\vec{F}_g + \vec{A} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (1)$$

dove a è l'accelerazione del carrello ed m la sua massa.

Il seguente elenco definisce i fattori interessanti la dinamica del sistema:

μ_d (coefficiente di attrito dinamico)

N (forza normale al piano)

$A = \mu_d N$ (forza d'attrito)

$F_g = mg$ (forza peso)

$F_y = F_g \sin \beta = mg \sin \beta$ (componente della forza peso normale al piano)

$F_x = F_g \cos \beta = mg \cos \beta$ (componente della forza peso parallela al piano)

ma_s (risultante della forza agente sul carrello nella fase di salita lungo la direzione x)

ma_d (risultante della forza agente sul carrello nella fase di discesa lungo la direzione x)

m (massa complessiva del carrello con le masse aggiuntive $m = 0.5 \text{ kg} + m_a$)

β (angolo d'inclinazione del piano di scorrimento)

g (accelerazione di gravità)

a (accelerazione del carrello)

Lo schema di prova è quello descritto in Figura 1 e l'esperimento consiste nel posizionare il carrello sul piano inclinato, ad una certa distanza dai respingenti magnetici e di determinarne poi, tramite i parametri misurati dal sensore SONAR, la sua posizione e la sua velocità, sia nella fase di salita che di discesa, ripetutamente, dopo ogni urto con i respingenti.

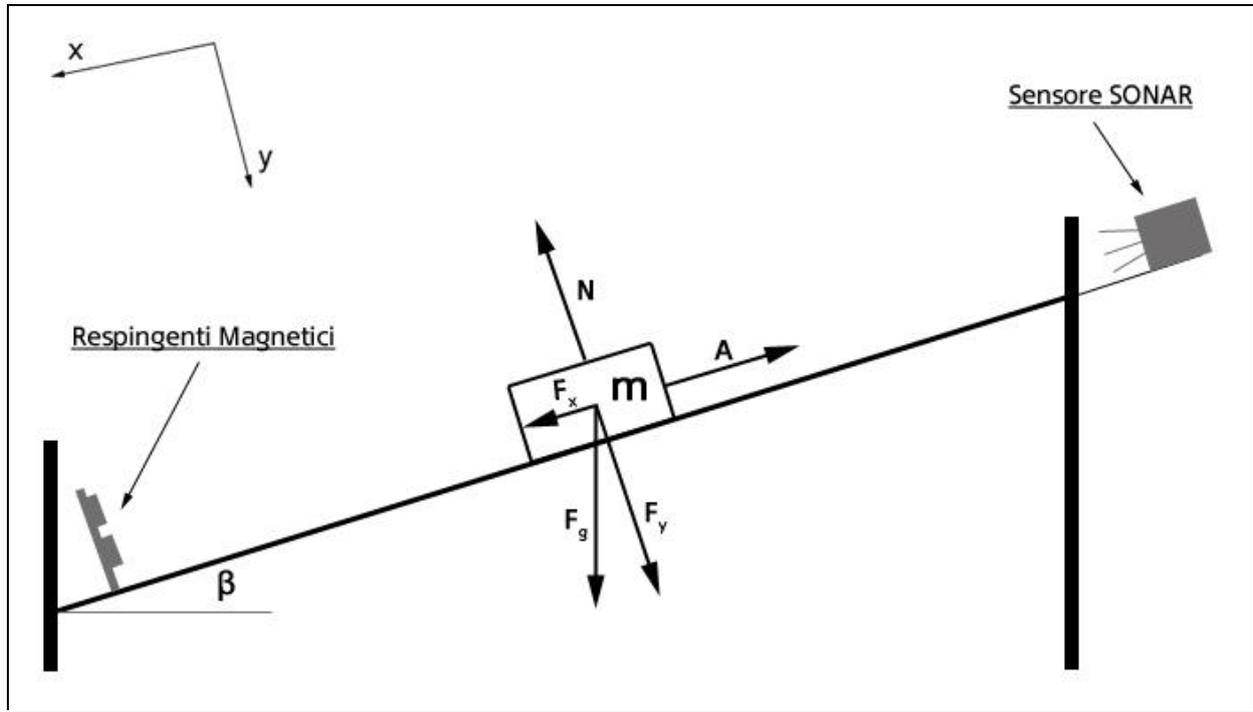


Figura 1 – schema di prova

Conoscendo la velocità del carrello sia immediatamente prima che immediatamente dopo l'urto, si definisce il coefficiente di restituzione ϵ definito come:

$$\epsilon^2 = k_f/k_i \quad \epsilon = V_f/V_i$$

dove:

k_f è l'energia cinetica del carrello immediatamente dopo l'urto

k_i è l'energia cinetica del carrello immediatamente prima dell'urto.

- L'equazione (1) proiettata sugli assi di riferimento dà luogo alle seguenti equazioni scalari:

Fase di salita del carrello:

$$F_x + A = ma_s \quad (2)$$

$$F_y = N$$

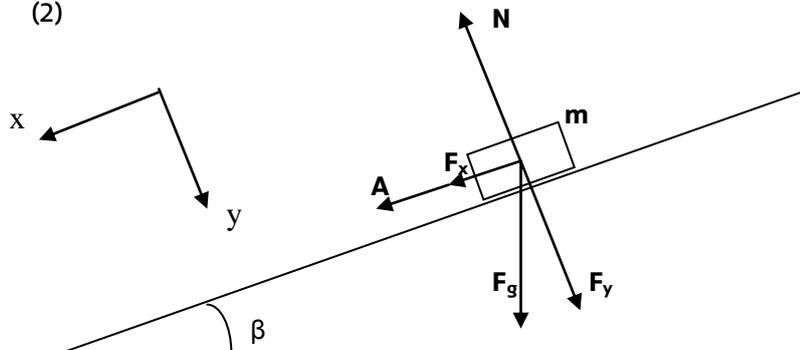


Figura 2 – carrello in fase di salita

Dalla relazione (2) si ricava il modulo dell'accelerazione in salita a_s :

$a_s = g \sin\beta + A/m$ risulta un moto uniformemente accelerato (parametri costanti), dove la velocità in salita al tempo t è:

$$V_s = V_{os} + a_s t$$

Fase di discesa del carrello:

$$\begin{aligned} F_x - A &= ma_d \\ F_y &= N \end{aligned} \quad (3)$$

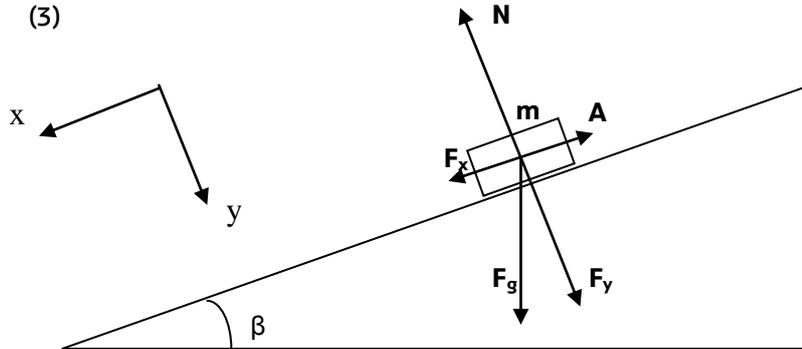


Figura 3 – carrello in fase di discesa

Dalla relazione (3) si ricava il modulo dell'accelerazione in discesa a_d :

$a_d = g \sin\beta - A/m$ risulta un moto uniformemente accelerato, dove la velocità in discesa al tempo t è:

$$V_d = V_{od} + a_s t$$

• Viene poi calcolata la semisomma $(a_d + a_s)/2$, sostituendovi le rispettive relazioni precedentemente trovate,

giungendo al seguente risultato: $\frac{a_s + a_d}{2} = g \sin\beta$

Si conclude che l'accelerazione media tra la fase di salita e di discesa è non influenzata dall'attrito, e che è pari alla componente dell'accelerazione di gravità lungo l'asse delle x (lungo la direzione del piano inclinato). Per un angolo $\beta = 5^\circ$: $g \sin\beta = 9.807 \times 0.087 = 0.855 \text{ m/s}^2$.

Parte II.

Calibrazione del sensore SONAR

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è stata la calibrazione del sensore SONAR .

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Metro da 1200 mm con sensibilità 1 mm/div
- Sensore SONAR di sensibilità 1 mm/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si posiziona l'ostacolo ad una distanza di 30 cm, misurata con il metro, dal sensore di posizione e si misura la stessa distanza con tale sensore. Si ripete la procedura posizionando l'ostacolo alle seguenti distanze: 40, 50, 60, 70, 80, 90 cm.

Utilizzando i valori misurati con il metro e con il sensore di posizione si costruisce la Tabella 1.

Posizione misurata con il SONAR (m)	Posizione misurata con il METRO (m)
0,324	0,300
0,424	0,400
0,523	0,500
0,625	0,600
0,723	0,700
0,821	0,800
0,920	0,900

Tabella 1 – Posizione dell'ostacolo rispetto al sensore di posizione

Si costruisce il grafico dei valori determinati con il SONAR in funzione dei valori determinati con il METRO (Figura 1).

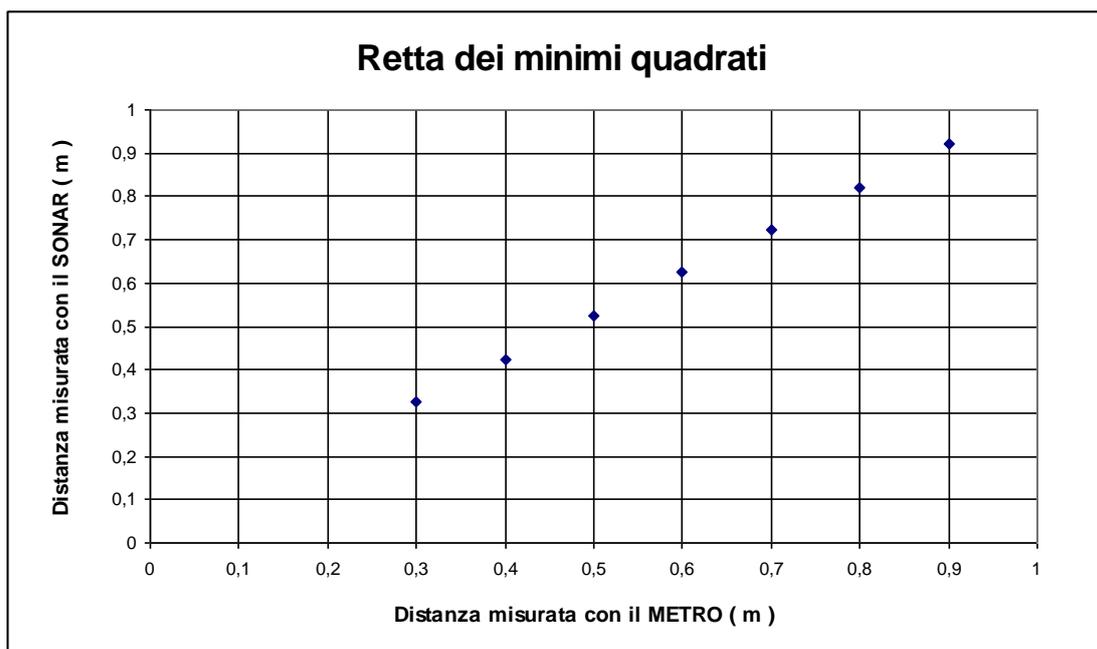


Figura 1 – Valori misurati con il SONAR in funzione dei valori misurati con il METRO

Si calcola l'incertezza delle misurazioni che è pari alla minima frazione di unità di misura apprezzabile con lo strumento: $\sigma = 1 \text{ mm}$

Si determina attraverso il metodo dei minimi quadrati la pendenza e l'intercetta della retta ($Y = BX + A$) ottenuta dai dati sperimentali, dove B è la pendenza e A è l'intercetta dell'asse y (Figura 2).

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta}$$

$$B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta}$$

$$\Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$B = (0.994 \pm 2.3 \cdot 10^{-3})$$

$$A = (0.0267 \pm 1.4 \cdot 10^{-3}) \text{ m}$$

$$Y = 0.994X + 0.0267$$

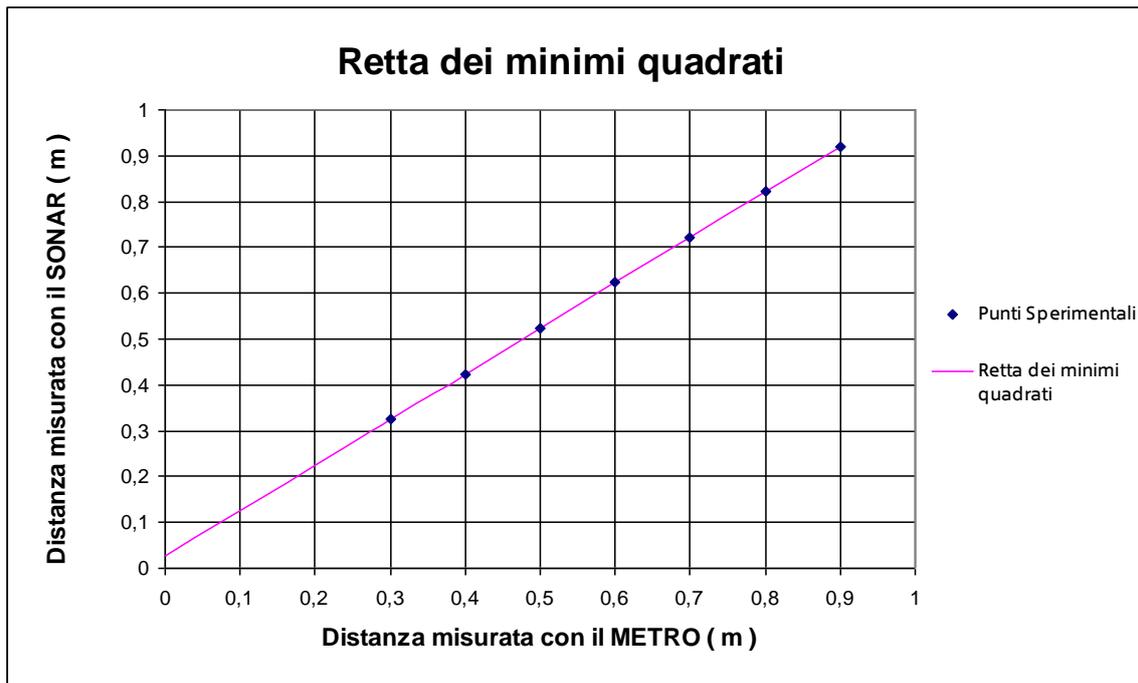


Figura 2 – Retta dei minimi quadrati

Conclusioni: L'incertezza relativa alla pendenza e all'intercetta della retta dei minimi quadrati risulta essere trascurabile, questo indica che le misurazioni effettuate manualmente sono confrontabile con quelle rilevate dal sensore di posizione.

L'intercetta della retta dei minimi quadrati con l'asse delle y indica che il sensore SONAR è posizionato alla distanza media A di 0.0267 m dallo zero della misurazione manuale (120, vedi Figura 3).

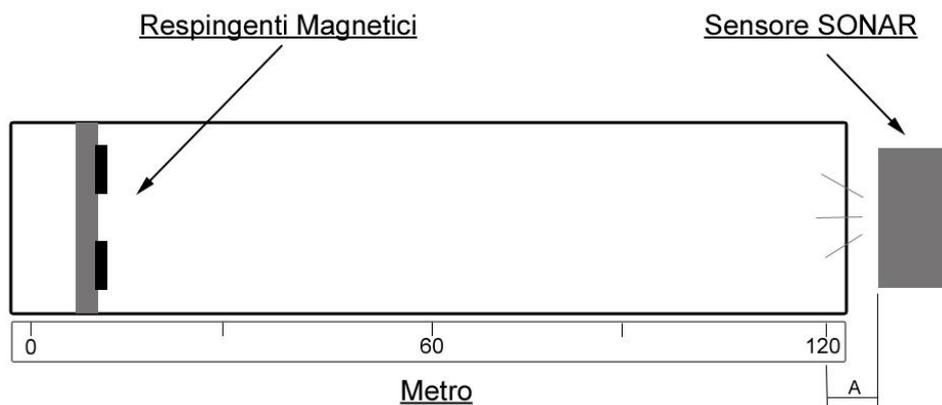


Figura 3 – Schema di rilevamento posizione

Parte III.

Determinazione sperimentale della forza d'attrito dinamico

Scopo: Lo scopo di questa esperienza è la determinazione sperimentale della forza d'attrito dinamico.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Sensore SONAR di sensibilità 1 mm/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento

FASE A: Moto del carrello senza masse aggiuntive

Si posiziona la guida del piano inclinato ad un angolo di circa 3 gradi. Successivamente, il solo carrello senza masse aggiuntive, viene spinto verso l'alto del piano e contemporaneamente vengono calcolate la posizione S e la velocità del carrello in salita V_s ed in discesa V_d in funzione del tempo, tramite il SONAR, durante le ripetute fasi di salita e di discesa dello stesso causate dai respingenti magnetici (Figura 1). Tale operazione viene ripetuta per dieci volte ricavando i relativi grafici $V_s(t)$, $V_d(t)$, $S(t)$. Attraverso l'interpolazione lineare si determinano dalle pendenze di $V_s(t)$ e $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d del carrello.

I dati sperimentali vengono riportati nell'allegato 1.

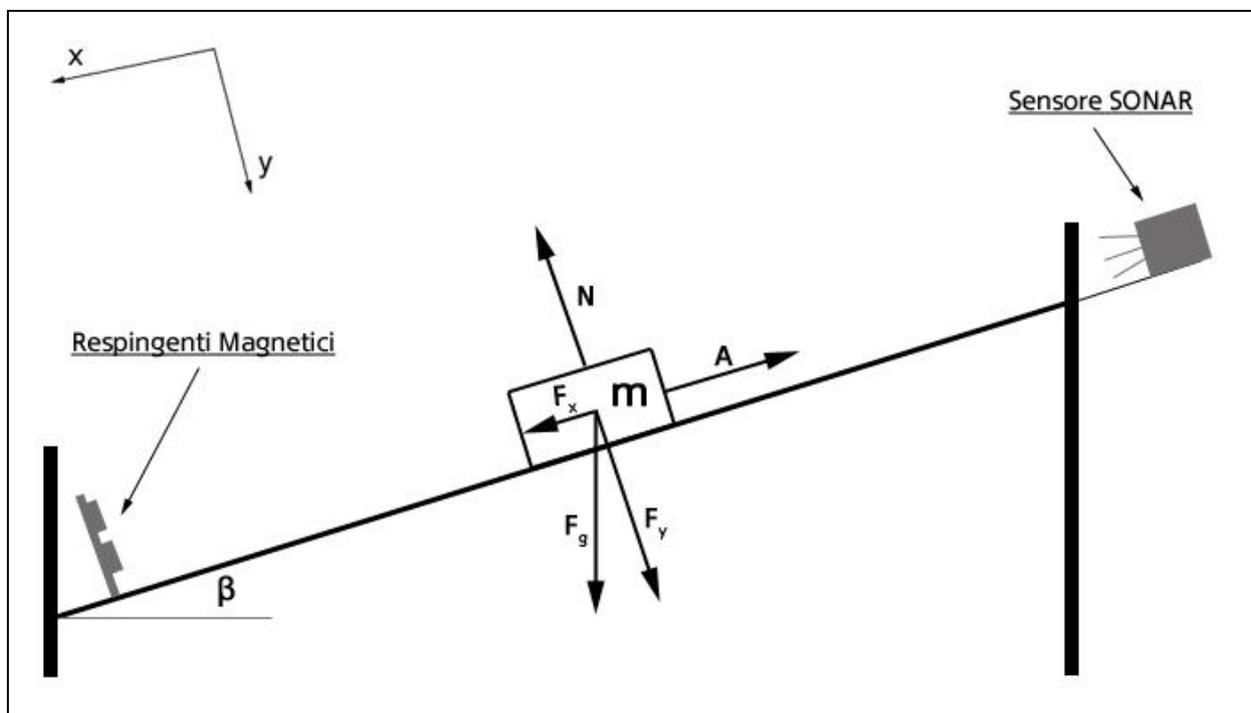


Figura 1 – Schema di prova

Dai grafici in allegato 1, per le analizzare $S(t)$ ed $V(t)$, ne vengono scelti due rappresentativi poiché l'andamento dei grafici ottenuti dalle misure sperimentali risultano essere qualitativamente simili:

Analisi del grafico $S(t)$

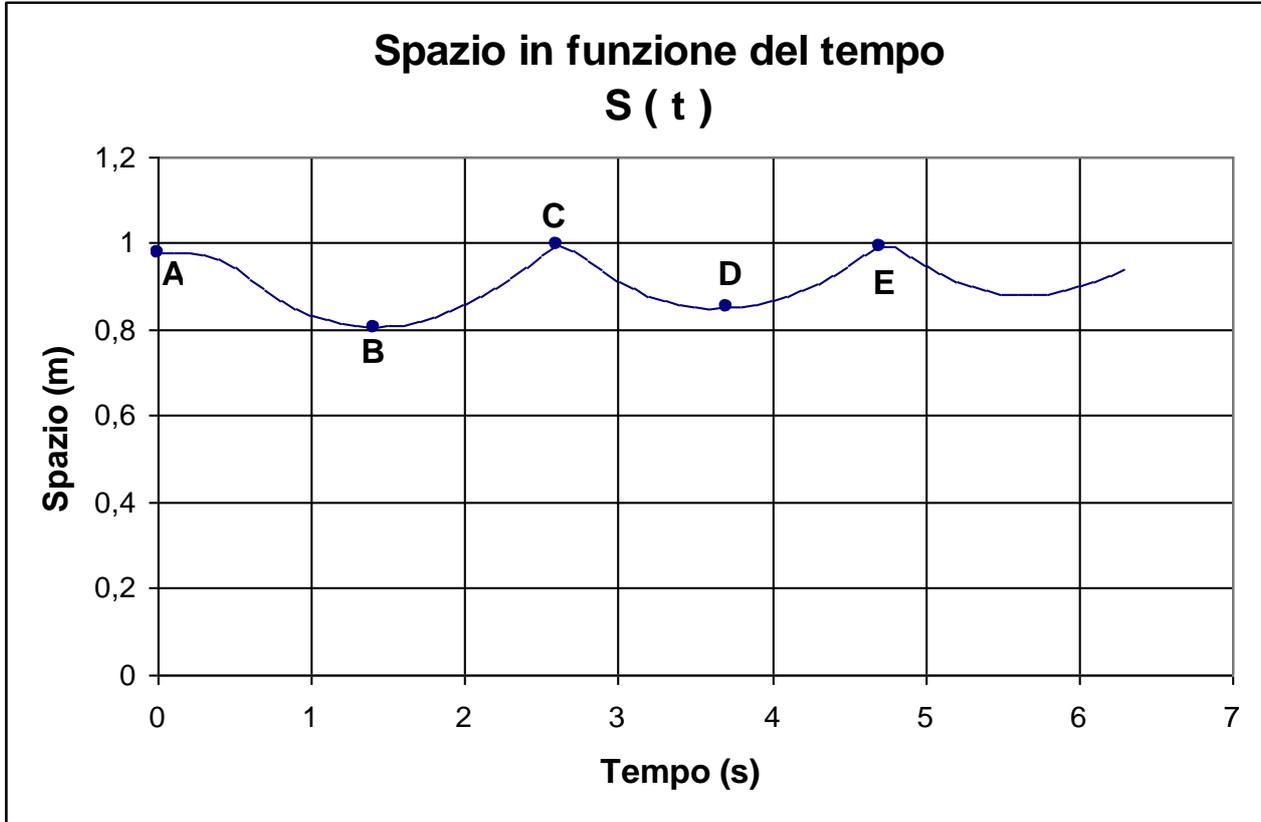


Figura 2 – Spazio in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a circa 97,7 cm dal sensore di posizione; successivamente inseguito alla spinta inizia la fase di salita del carrello che termina al punto **B** con una distanza dal sonar di circa 81 cm; si ha poi la fase di discesa che termina contro i respingenti magnetici al punto **C** alla distanza di circa 99 cm dal sonar.

Si riscontra che in tale punto il carrello risulta arretrato di circa 1 cm rispetto alla fase di partenza. Tale differenza è dovuta alla corsa ammortizzata del carrello contro i respingenti magnetici.

La fase successiva di salita termina al punto **D** ed ad una distanza di 85 cm minore di quella precedente, in quanto vi è stata una dissipazione di energia durante l'urto. Il carrello effettuando nuovamente la fase di discesa urta i respingenti nel punto **E** ad una distanza minore dei 99 cm precedenti, a causa della minore energia cinetica nel secondo urto.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

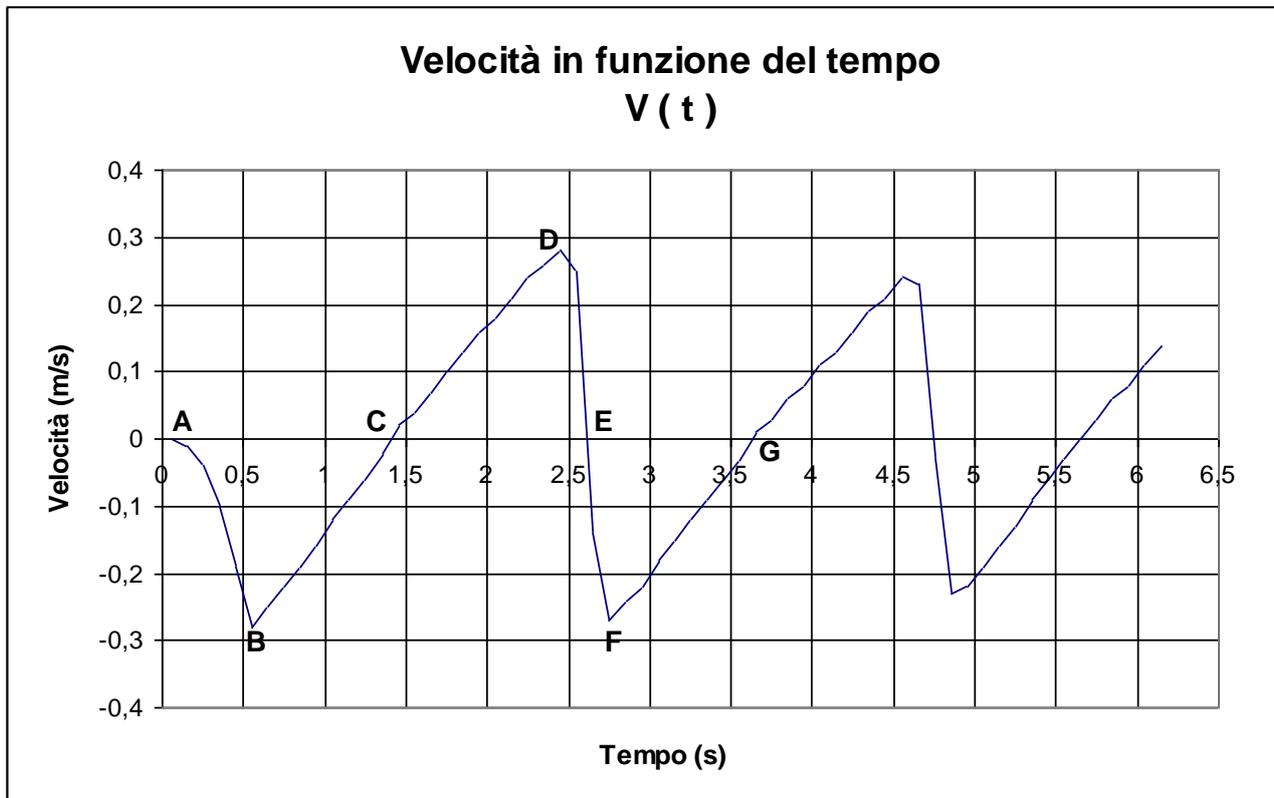
Analisi del grafico V(t)

Figura 3 – Velocità in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi anch'essa nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a contatto con i respingenti con velocità $V = 0$. In seguito alla spinta verso l'alto, il carrello raggiunge al punto **B** una velocità massima che successivamente diminuisce fino a velocità zero nel punto **C**, quando il carrello termina la fase di salita. Nell'istante successivo inizia la fase di discesa che si conclude nel punto **D**, al momento dell'urto del carrello contro i respingenti, con una velocità che raggiunge di nuovo un massimo.

Il tratto **DEF** rappresenta la fase di contatto con i respingenti: in **DE** si ha una rapida diminuzione della velocità (fase di frenata), la quale inverte il segno nel tratto **EF** (fase di spinta). Il successivo tratto **FG** è la nuova fase di salita.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

I tratti **BC** ed **CF** hanno pendenze leggermente diverse a causa della composizione positiva o negativa della forza di attrito con la componente del peso lungo la direzione del piano.

Interpolazione lineare

Usando l'interpolazione lineare si ricavano dalle pendenze $V_s(t)$, $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d ; nella tabella 1 si riportano i valori calcolati per le dieci misurazioni effettuate. I grafici di figura 4 e 5 rappresentano un esempio dell'interpolazione lineare calcolata.

n° misurazioni	Accelerazione in salita a_s (m/s^2)	Accelerazione in discesa a_d (m/s^2)	$a_s - a_d$ (m/s^2)
1	0.323	0.269	0.054
2	0.317	0.263	0.054
3	0.327	0.267	0.060
4	0.312	0.262	0.050
5	0.324	0.268	0.056
6	0.315	0.262	0.053
7	0.322	0.267	0.055
8	0.319	0.264	0.055
9	0.321	0.265	0.056
10	0.325	0.266	0.059
Media	0.321	0.265	0.055

Tabella 1 – Accelerazioni in salita a_s ed in discesa a_d con una incertezza di $1.3 \cdot 10^{-3} m/s^2$

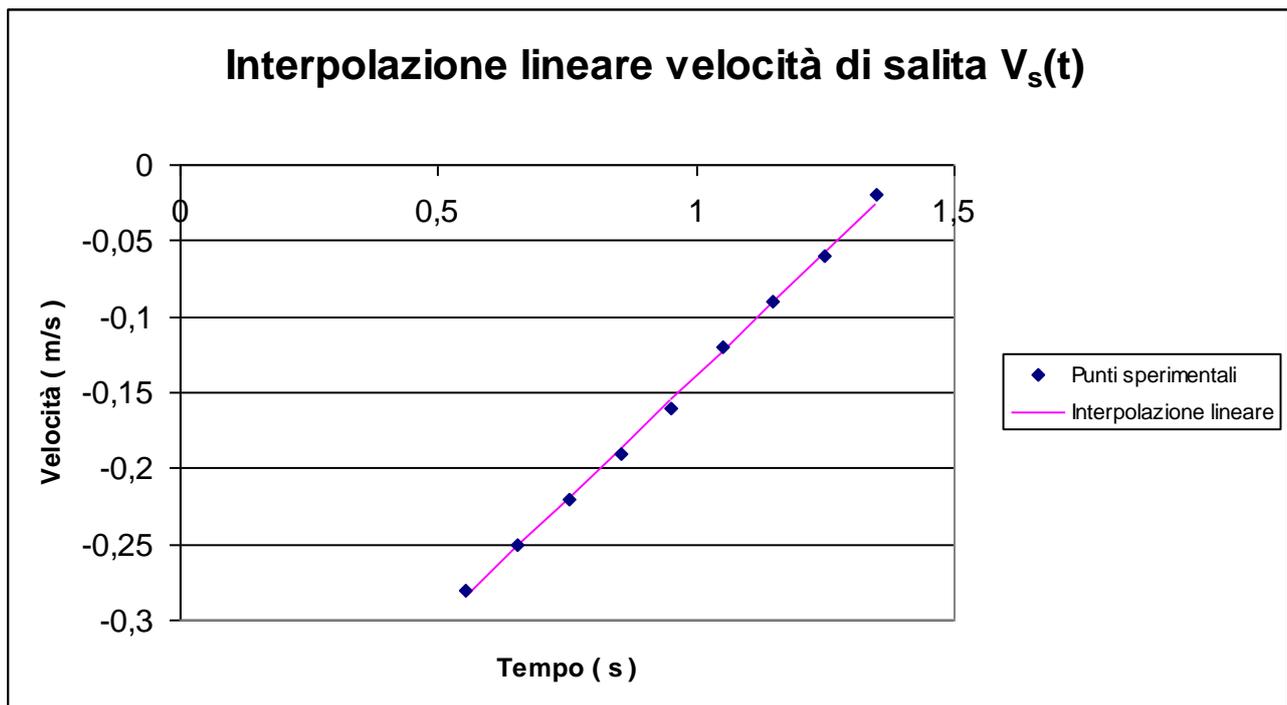
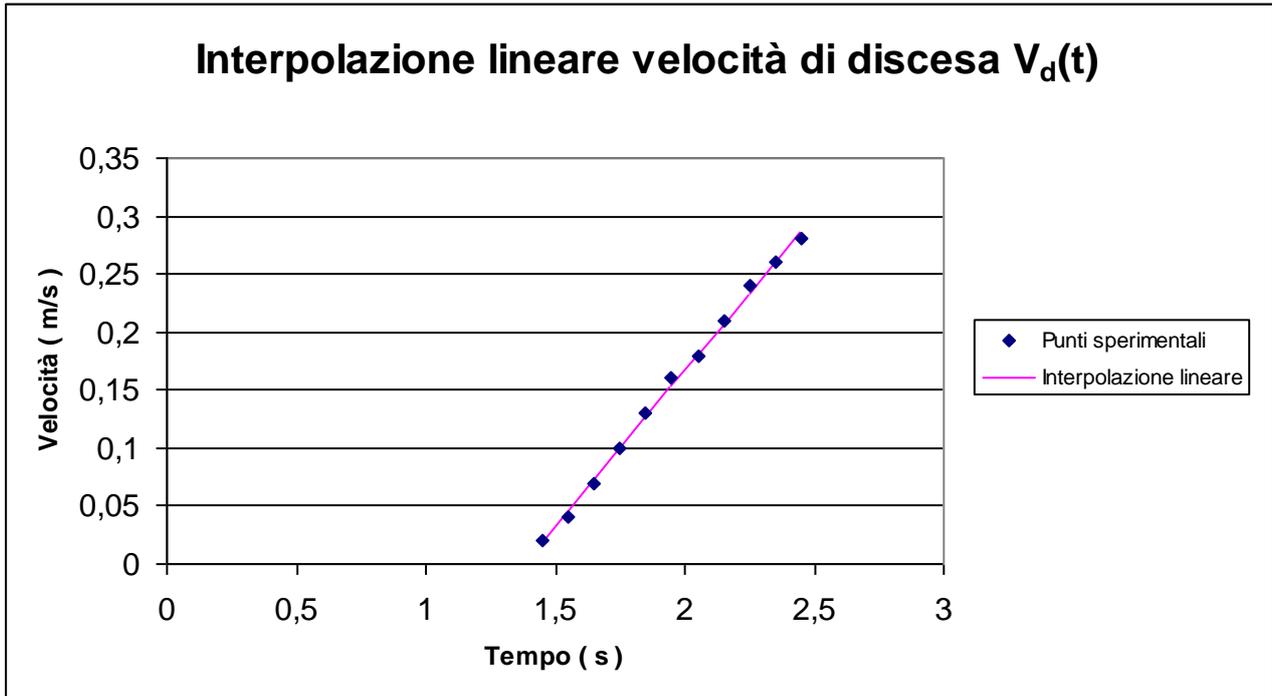


Figura 4 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_s(t)$

Figura 5 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_d(t)$

Per quanto riguarda il significato fisico della differenza tra l'accelerazione in salita e in discesa ($a_s - a_d$), si riporta quanto segue:

Essendo $a_s = g \sin\beta + A/m$ e $a_d = g \sin\beta - A/m$ sia ha: $a_s - a_d = 2A/m$ (1)

Le due accelerazioni differiscono di un termine che ha le dimensioni di una accelerazione, pari a $2A/m$.

Se si fa riferimento ad un piano privo di attrito, l'accelerazione in salita ed in discesa in modulo sono uguali e pari a: $a_d = a_s = g \sin\beta$, la componente dell'accelerazione di gravità lungo la direzione del piano inclinato. Nel caso di un piano scabro, l'accelerazione risultante durante la discesa è inferiore rispetto a quella ideale del termine A/m dovuto all'effetto frenante dell'attrito; la decelerazione durante la salita è superiore a quella ideale del termine A/m dovuto all'effetto frenante dell'attrito.

Calcolo del valor medio della Forza d'attrito A

Dalla relazione (1) si ricava la forza di attrito: $A = (a_s - a_d) \cdot (m/2)$ (2)

Sostituendo i valori medi di tabella 1 e per una massa del carrello di 0.5 kg si ottiene una forza di attrito media pari ad $A = 0.014$ N.

L'errore relativo sulla forza di attrito, risulta a seguito della relazione (2):

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta(a_s - a_d)}{a_s - a_d} + \frac{\Delta m}{m} = 2 \frac{\Delta a}{a_s - a_d} + \frac{\Delta m}{m}$$

Considerando trascurabile l'incertezza sulla massa m del carrello, l'errore relativo risulta:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{0,055} = 0,047 \quad \text{cioè del } 4,7\%$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0,47 \cdot 0,014) = 0,001$ N, il valore della forza di attrito è:

$$A = (0,014 \pm 0,001) \text{ N}$$

Calcolo del valor medio del coefficiente di attrito dinamico

Il coefficiente di attrito dinamico si ricava dalla relazione $\mu_d = A/N$, dove N è la forza normale al piano, calcolata con la relazione $N = F_y = F_g \sin \beta = mg \sin \beta$.

Dalla relazione $a_s = g \sin \beta + A/m$ si ottiene il valore di $\sin \beta = (a_s - A/m)/g$

$$\sin \beta = (0.321 - 0.014/0.5)/9.807 = 0.030$$

$$N = 0.5 \cdot 9.807 \cdot 0.030 = 0.147 \text{ N}$$

Il valore del coefficiente di attrito dinamico risulta:

$$\mu_d = (0.014/0.147) = 0.095$$

L'incertezza sul coefficiente di attrito dinamico si calcola dalla relazione; $\mu_d = A/N$ dove sostituendo l'espressione di N e di $\sin \beta$ si ottiene la seguente:

$$\mu_d = \frac{A}{mg(a_s - \frac{A}{m})g}$$

Per tanto considerando trascurabile l'incertezza della massa e dell'accelerazione di gravità, si ottiene:

$$\frac{\Delta \mu_d}{\mu_d} = 2 \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta a_s}{a_s} = 3 \frac{\Delta A}{A} = 3 \cdot 0.047 = 0.142$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0.095 \cdot 0.142) = 0.013$ il valore del coefficiente di attrito dinamico è:

$$\mu_d = 0.095 \pm 0.013$$

FASE B: Moto del carrello con una massa aggiuntiva

Si posiziona la guida del piano inclinato ad un angolo di circa 3 gradi. Successivamente, il carrello con una massa aggiuntiva m_a (pari a 0.5kg), viene spinto verso l'alto del piano e contemporaneamente vengono calcolate la posizione S e la velocità del carrello in salita V_s ed in discesa V_d in funzione del tempo, tramite il SONAR, durante le ripetute fasi di salita e di discesa dello stesso causate dai respingenti magnetici (Figura 1). Tale operazione viene ripetuta per dieci volte ricavando i relativi grafici $V_s(t)$, $V_d(t)$, $S(t)$. Attraverso l'interpolazione lineare si determinano dalle pendenze di $V_s(t)$ e $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d del carrello.

I dati sperimentali vengono riportati nell'allegato 2.

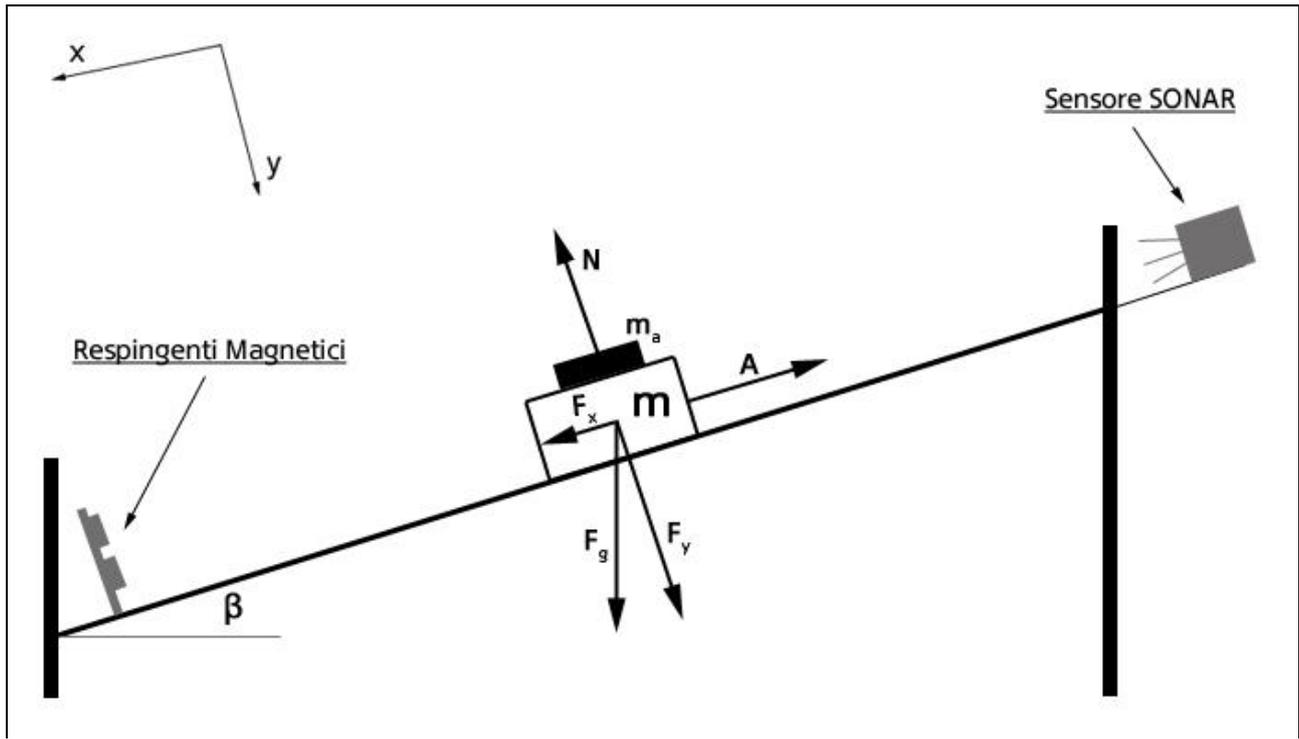


Figura 1 – Schema di prova

Dai grafici in allegato 2, per le analizzare $S(t)$ ed $V(t)$, ne vengono scelti due rappresentativi poiché l'andamento dei grafici ottenuti dalle misure sperimentali risultano essere qualitativamente simili.

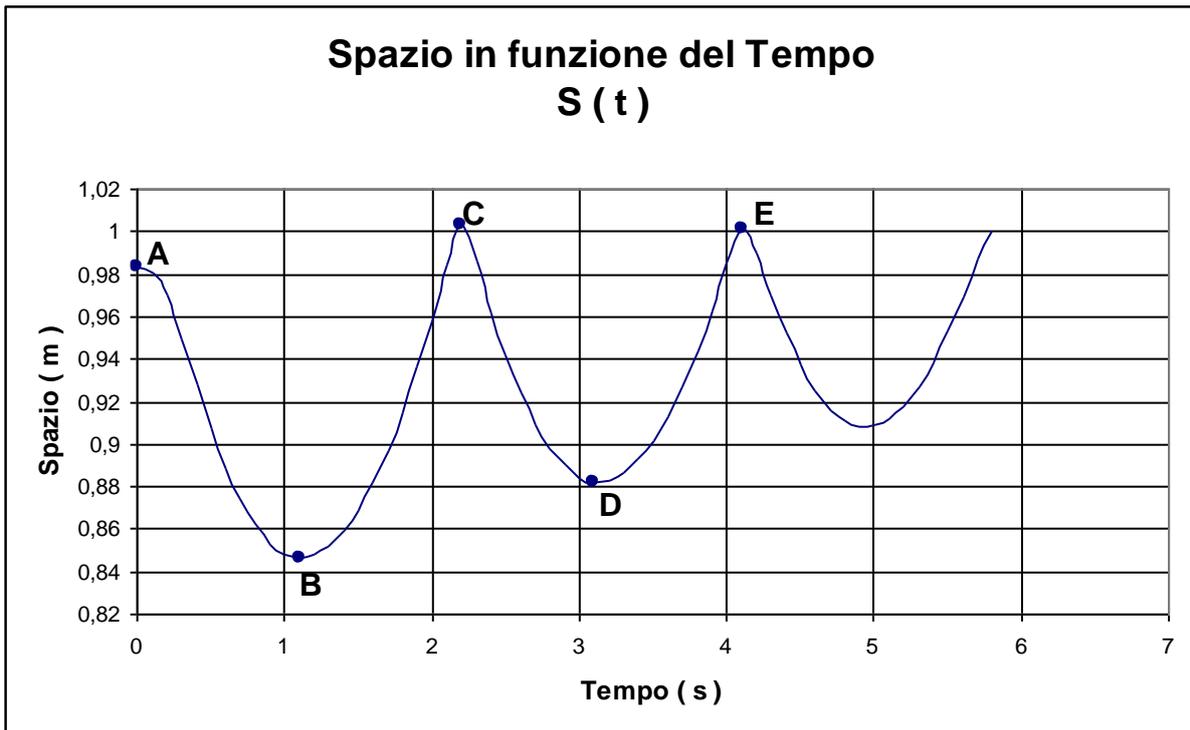
Analisi del grafico S(t)

Figura 2 – Spazio in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a circa 98 cm dal sensore di posizione; successivamente inseguito alla spinta inizia la fase di salita del carrello che termina al punto **B** con una distanza dal sonar di circa 85 cm; si ha poi la fase di discesa che termina contro i respingenti magnetici al punto **C** alla distanza di circa 100 cm dal sonar.

Si riscontra che in tale punto il carrello risulta arretrato di circa 2 cm rispetto alla fase di partenza. Tale differenza è dovuta alla corsa ammortizzata del carrello contro i respingenti magnetici.

La fase successiva di salita termina al punto **D** ed ad una distanza di 88cm minore di quella precedente, in quanto vi è stata una dissipazione di energia durante l'urto. Il carrello effettuando nuovamente la fase di discesa urta i respingenti nel punto **E** ad una distanza minore dei 100 cm precedenti, a causa della minore energia cinetica nel secondo urto.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

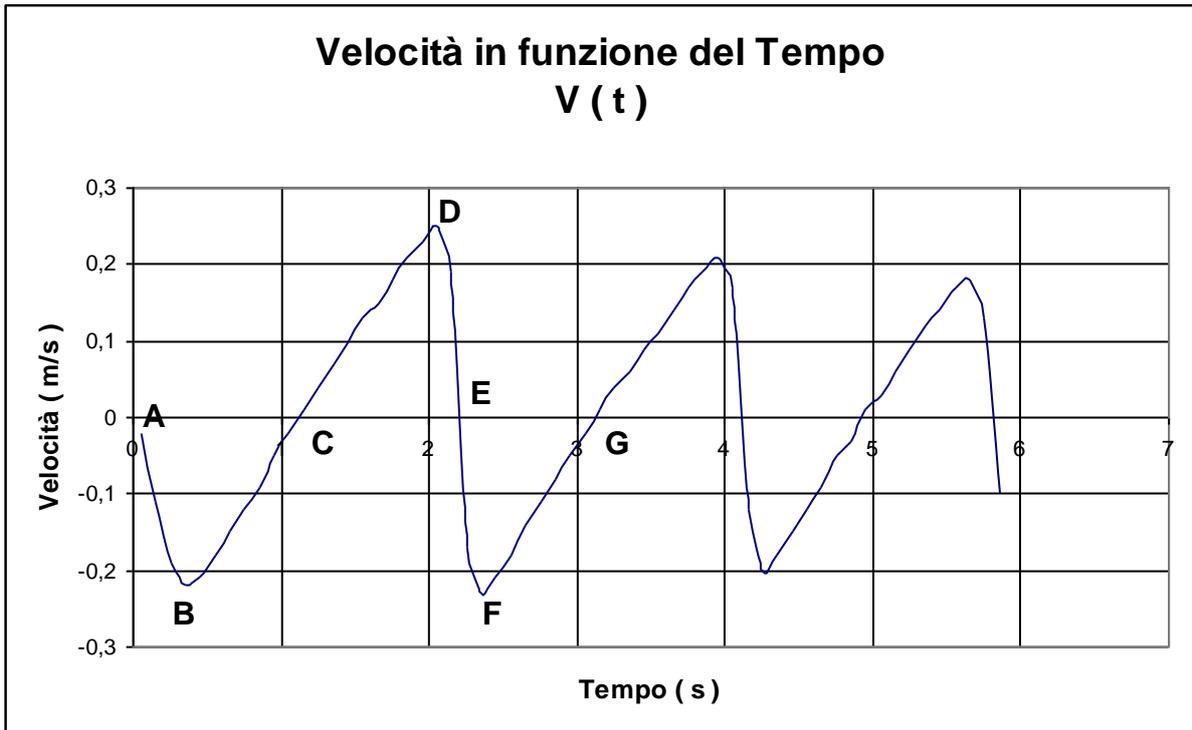
Analisi del grafico V(t)

Figura 3 – Velocità in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi anch'essa nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a contatto con i respingenti con velocità $V = 0$. In seguito alla spinta verso l'alto, il carrello raggiunge al punto **B** una velocità massima che successivamente diminuisce fino a velocità zero nel punto **C**, quando il carrello termina la fase di salita. Nell'istante successivo inizia la fase di discesa che si conclude nel punto **D**, al momento dell'urto del carrello contro i respingenti, con una velocità che raggiunge di nuovo un massimo.

Il tratto **DEF** rappresenta la fase di contatto con i respingenti: in **DE** si ha una rapida diminuzione della velocità (fase di frenata), la quale inverte il segno nel tratto **EF** (fase di spinta). Il successivo tratto **FG** è la nuova fase di salita.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

I tratti **BC** ed **CF** hanno pendenze leggermente diverse a causa della composizione positiva o negativa della forza di attrito con la componente del peso lungo la direzione del piano.

Interpolazione lineare

Usando l'interpolazione lineare si ricavano dalle pendenze $V_s(t)$, $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d ; nella tabella 1 si riportano i valori calcolati per le dieci misurazioni effettuate. I grafici di figura 4 e 5 rappresentano un esempio dell'interpolazione lineare calcolata.

n° misurazioni	Accelerazione in salita a_s (m/s^2)	Accelerazione in discesa a_d (m/s^2)	$a_s - a_d$ (m/s^2)
1	0.318	0.270	0.048
2	0.310	0.259	0.051
3	0.327	0.267	0.060
4	0.318	0.262	0.056
5	0.316	0.261	0.055
6	0.312	0.260	0.052
7	0.320	0.264	0.056
8	0.324	0.265	0.059
9	0.313	0.260	0.053
10	0.325	0.266	0.059
Media	0.319	0.263	0.055

Tabella 1 – Accelerazioni in salita a_s ed in discesa a_d con una incertezza di $1.6 \cdot 10^{-3} m/s^2$

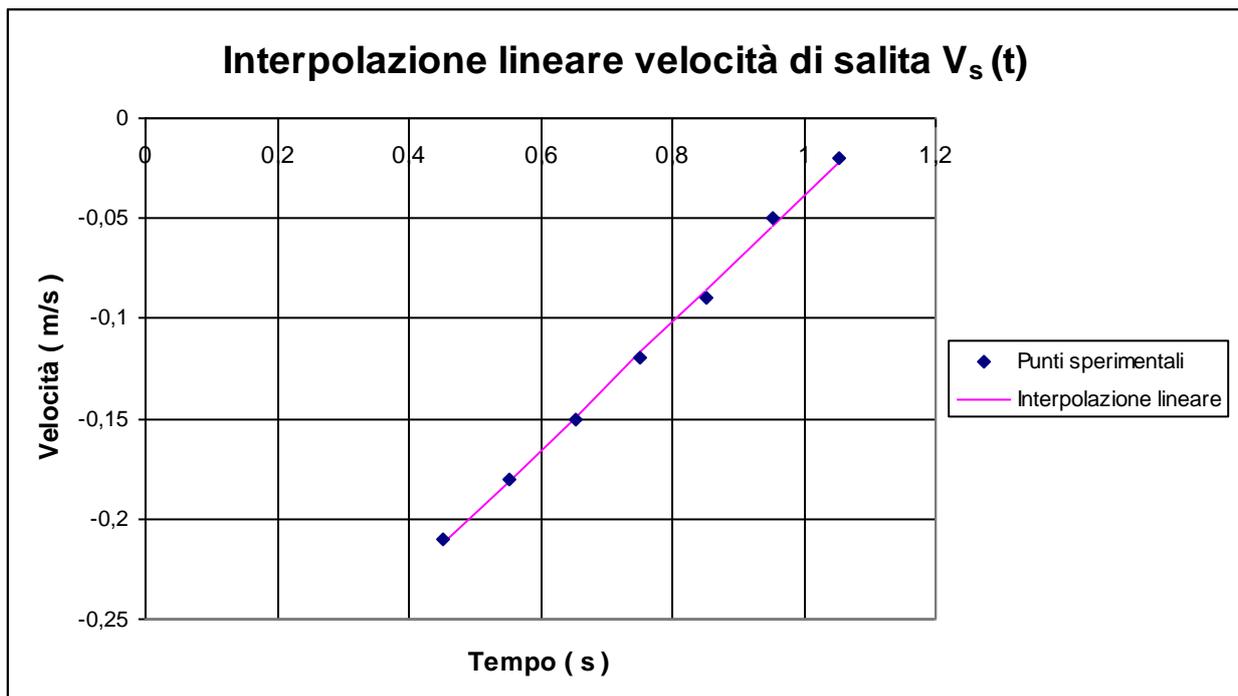
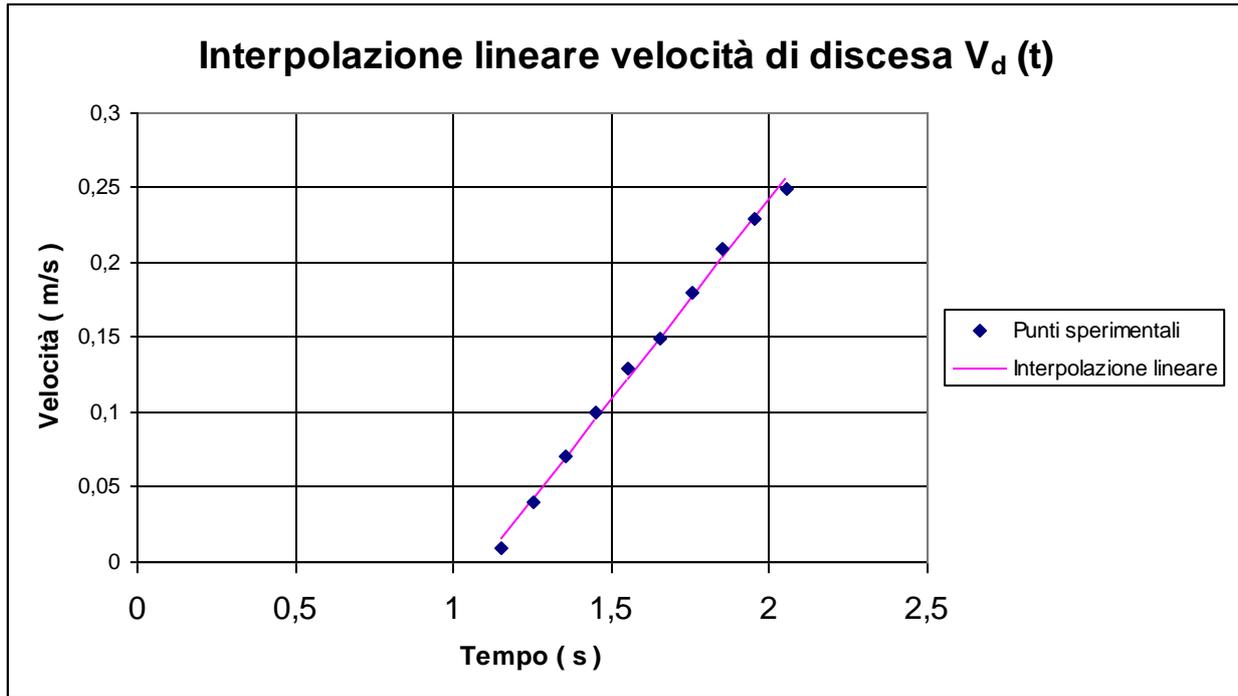


Figura 4 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_s(t)$

Figura 5 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_d(t)$

Per quanto riguarda il significato fisico della differenza tra l'accelerazione in salita e in discesa ($a_s - a_d$), si riporta quanto segue:

$$\text{Essendo } a_s = g \sin\beta + A/(m+m_a) \text{ e } a_d = g \sin\beta - A/(m+m_a) \text{ sia ha: } a_s - a_d = 2A/(m+m_a) \quad (1)$$

Le due accelerazioni differiscono di un termine che ha le dimensioni di una accelerazione, pari a $2A/(m+m_a)$.

Se si fa riferimento ad un piano privo di attrito, l'accelerazione in salita ed in discesa in modulo sono uguali e pari a: $a_d = a_s = g \sin\beta$, la componente dell'accelerazione di gravità lungo la direzione del piano inclinato. Nel caso di un piano scabro, l'accelerazione risultante durante la discesa è inferiore rispetto a quella ideale del termine $A/(m+m_a)$ dovuto all'effetto frenante dell'attrito; la decelerazione durante la salita è superiore a quella ideale del termine $A/(m+m_a)$ dovuto all'effetto frenante dell'attrito.

Calcolo del valor medio della Forza d'attrito A

$$\text{Dalla relazione (1) si ricava la forza di attrito: } A = (a_s - a_d) \cdot [(m+m_a)/2] \quad (2)$$

Sostituendo i valori medi di tabella 1 e per una massa del carrello di 0,5 kg si ottiene una forza di attrito media pari ad $A = 0,028 \text{ N}$.

L'errore relativo sulla forza di attrito, risulta a seguito della relazione (2):

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta(a_s - a_d)}{a_s - a_d} + \frac{\Delta(m + m_a)}{m + m_a} = 2 \frac{\Delta a}{a_s - a_d}$$

Considerando trascurabile l'incertezza sulla massa m del carrello e sulla massa aggiuntiva m_a , l'errore relativo risulta:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{0,055} = 0,058 \quad \text{cioè del } 5,8\%$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0,028 \cdot 0,058) = 0,002 \text{ N}$, il valore della forza di attrito è:

$$A = (0,028 \pm 0,002) \text{ N}$$

Calcolo del valor medio del coefficiente di attrito dinamico

Il coefficiente di attrito dinamico si ricava dalla relazione $\mu_d = A/N$, dove N è la forza normale al piano, calcolata con la relazione $N = F_y = F_g \text{ sen } \beta = (m+m_a)g \text{ sen } \beta$.

Dalla relazione $a_s = g \text{ sen } \beta + A/(m+m_a)$ si ottiene il valore di $\text{sen } \beta = [a_s - A/(m+m_a)]/g$

$$\text{sen } \beta = (0.319 - 0.028/1)/9.807 = 0.030$$

$$N = 1 \cdot 9.807 \cdot 0.030 = 0.294 \text{ N}$$

Il valore del coefficiente di attrito dinamico risulta:

$$\mu_d = (0.028/0.294) = 0.095$$

L'incertezza sul coefficiente di attrito dinamico si calcola dalla relazione; $\mu_d = A/N$ dove sostituendo l'espressione di N e di $\text{sen } \beta$ si ottiene la seguente:

$$\mu_d = \frac{A}{(m + m_a)g(a_s - \frac{A}{m + m_a})g}$$

Per tanto considerando trascurabile l'incertezza della massa del carrello m e della massa aggiuntiva m_a e dell'accelerazione di gravità, si ottiene:

$$\frac{\Delta\mu_d}{\mu_d} = 2 \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta a_s}{a_s} = 3 \frac{\Delta A}{A} = 3 \cdot 0.058 = 0.174$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0.095 \cdot 0.174) = 0.017$ il valore del coefficiente di attrito dinamico è:

$$\mu_d = 0.095 \pm 0.017$$

FASE C: Moto del carrello con due masse aggiuntive

Si posiziona la guida del piano inclinato ad un angolo di circa 3 gradi. Successivamente, il carrello con due masse aggiuntive $2m_a$ (pari a ciascuna 0.5kg), viene spinto verso l'alto del piano e contemporaneamente vengono calcolate la posizione S e la velocità del carrello in salita V_s ed in discesa V_d in funzione del tempo, tramite il SONAR, durante le ripetute fasi di salita e di discesa dello stesso causate dai respingenti magnetici (Figura 1).

Tale operazione viene ripetuta per dieci volte ricavando i relativi grafici $V_s(t)$, $V_d(t)$, $S(t)$. Attraverso l'interpolazione lineare si determinano dalle pendenze di $V_s(t)$ e $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d del carrello.

I dati sperimentali vengono riportati nell'allegato 3.

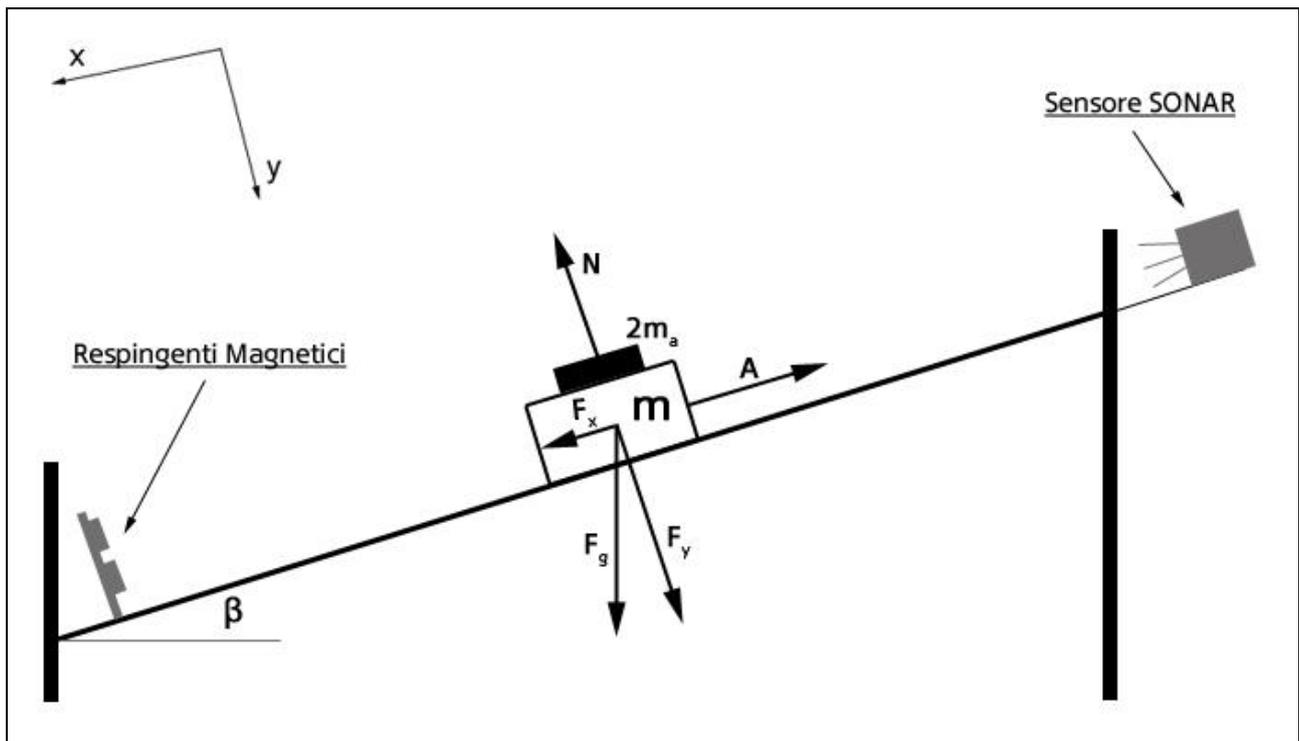


Figura 1 – Schema di prova

Dai grafici in allegato 3, per le analizzare $S(t)$ ed $V(t)$, ne vengono scelti due rappresentativi poiché l'andamento dei grafici ottenuti dalle misure sperimentali risultano essere qualitativamente simili.

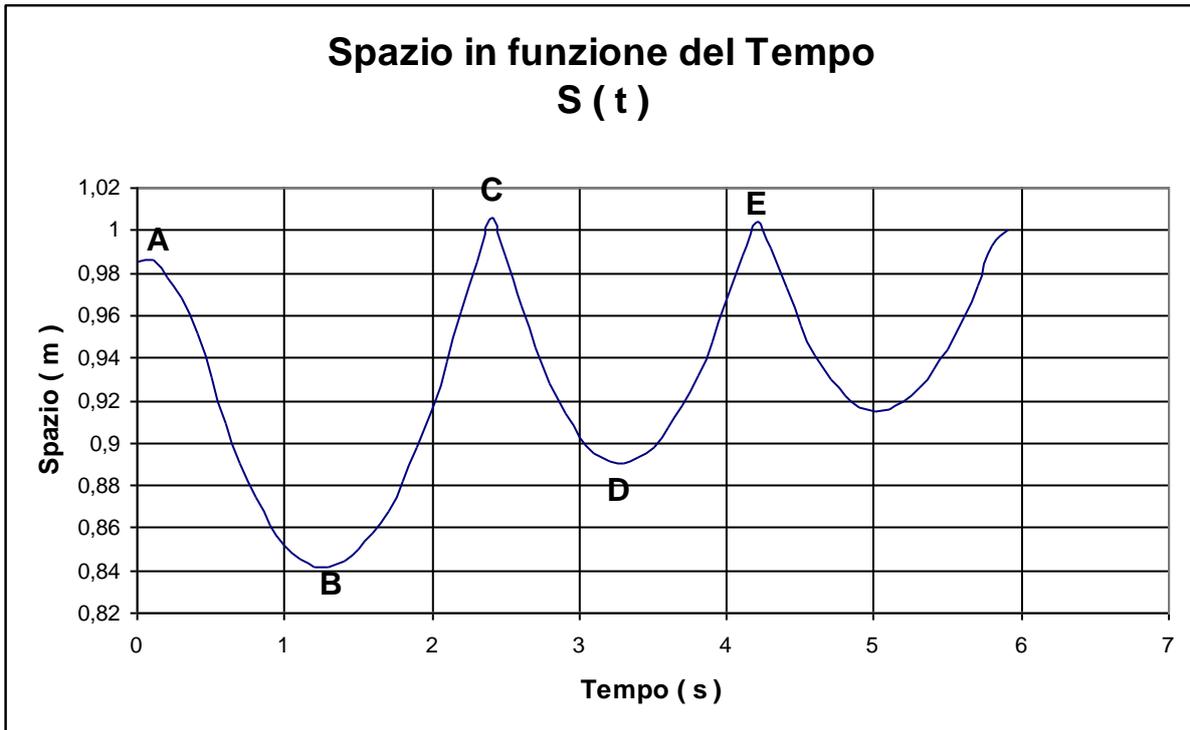
Analisi del grafico S(t)

Figura 2 – Spazio in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a circa 98.5 cm dal sensore di posizione; successivamente inseguito alla spinta inizia la fase di salita del carrello che termina al punto **B** con una distanza dal sonar di circa 84 cm; si ha poi la fase di discesa che termina contro i respingenti magnetici al punto **C** alla distanza di circa 100.5 cm dal sonar.

Si riscontra che in tale punto il carrello risulta arretrato di circa 2 cm rispetto alla fase di partenza. Tale differenza è dovuta alla corsa ammortizzata del carrello contro i respingenti magnetici.

La fase successiva di salita termina al punto **D** ed ad una distanza di 88cm minore di quella precedente, in quanto vi è stata una dissipazione di energia durante l'urto. Il carrello effettuando nuovamente la fase di discesa urta i respingenti nel punto **E** ad una distanza minore dei 100.5 cm precedenti, a causa della minore energia cinetica nel secondo urto.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

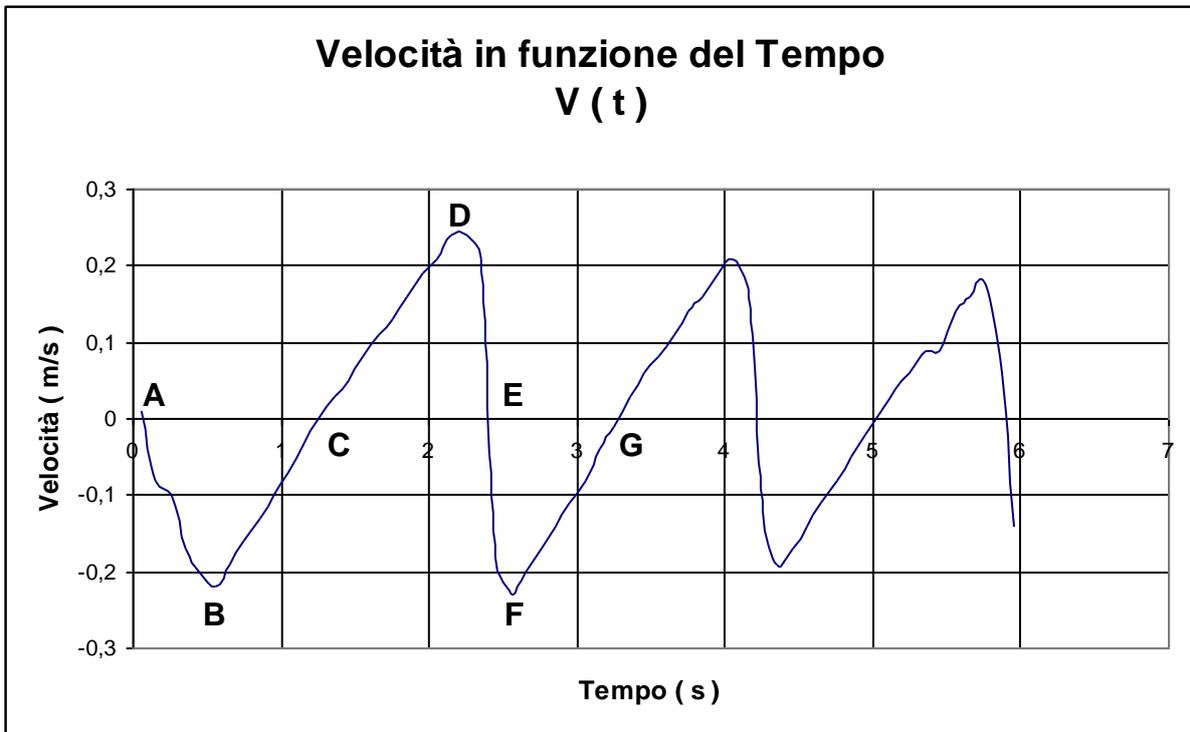
Analisi del grafico V(t)

Figura 3 – Velocità in funzione del Tempo

L'andamento della curva è ciclico e va attenuandosi anch'essa nel tempo a causa della dissipazione d'energia del carrello nella fase di urto con i respingenti magnetici.

Al punto **A** per il tempo $t = 0$ il carrello si trova a contatto con i respingenti con velocità $V = 0$. In seguito alla spinta verso l'alto, il carrello raggiunge al punto **B** una velocità massima che successivamente diminuisce fino a velocità zero nel punto **C**, quando il carrello termina la fase di salita. Nell'istante successivo inizia la fase di discesa che si conclude nel punto **D**, al momento dell'urto del carrello contro i respingenti, con una velocità che raggiunge di nuovo un massimo.

Il tratto **DEF** rappresenta la fase di contatto con i respingenti: in **DE** si ha una rapida diminuzione della velocità (fase di frenata), la quale inverte il segno nel tratto **EF** (fase di spinta). Il successivo tratto **FG** è la nuova fase di salita.

Tale susseguirsi degli eventi si ripete ciclicamente nel tempo fino all'arresto del carrello sui respingenti magnetici.

I tratti **BC** ed **CF** hanno pendenze leggermente diverse a causa della composizione positiva o negativa della forza di attrito con la componente del peso lungo la direzione del piano.

Interpolazione lineare

Usando l'interpolazione lineare si ricavano dalle pendenze $V_s(t)$, $V_d(t)$ le accelerazioni in salita a_s e in discesa a_d ; nella tabella 1 si riportano i valori calcolati per le dieci misurazioni effettuate. I grafici di figura 4 e 5 rappresentano un esempio dell'interpolazione lineare calcolata.

n° misurazioni	Accelerazione in salita a_s (m/s ²)	Accelerazione in discesa a_d (m/s ²)	$a_s - a_d$ (m/s ²)
1	0.314	0.263	0.051
2	0.312	0.259	0.053
3	0.307	0.255	0.052
4	0.310	0.260	0.050
5	0.314	0.258	0.056
6	0.316	0.261	0.055
7	0.315	0.258	0.057
8	0.322	0.260	0.062
9	0.317	0.262	0.055
10	0.314	0.259	0.055
Media	0.314	0.260	0.055

Tabella 1 – Accelerazioni in salita a_s ed in discesa a_d con una incertezza di $1.8 \cdot 10^{-3}$ m/s²

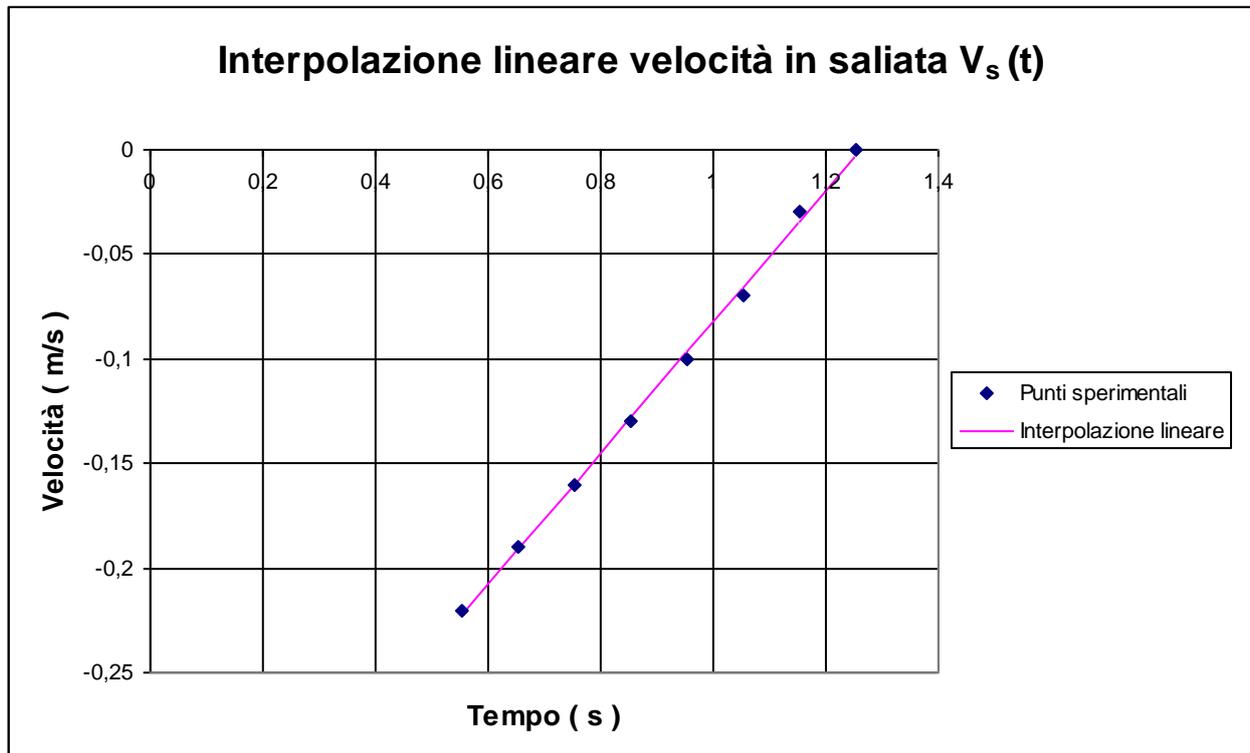
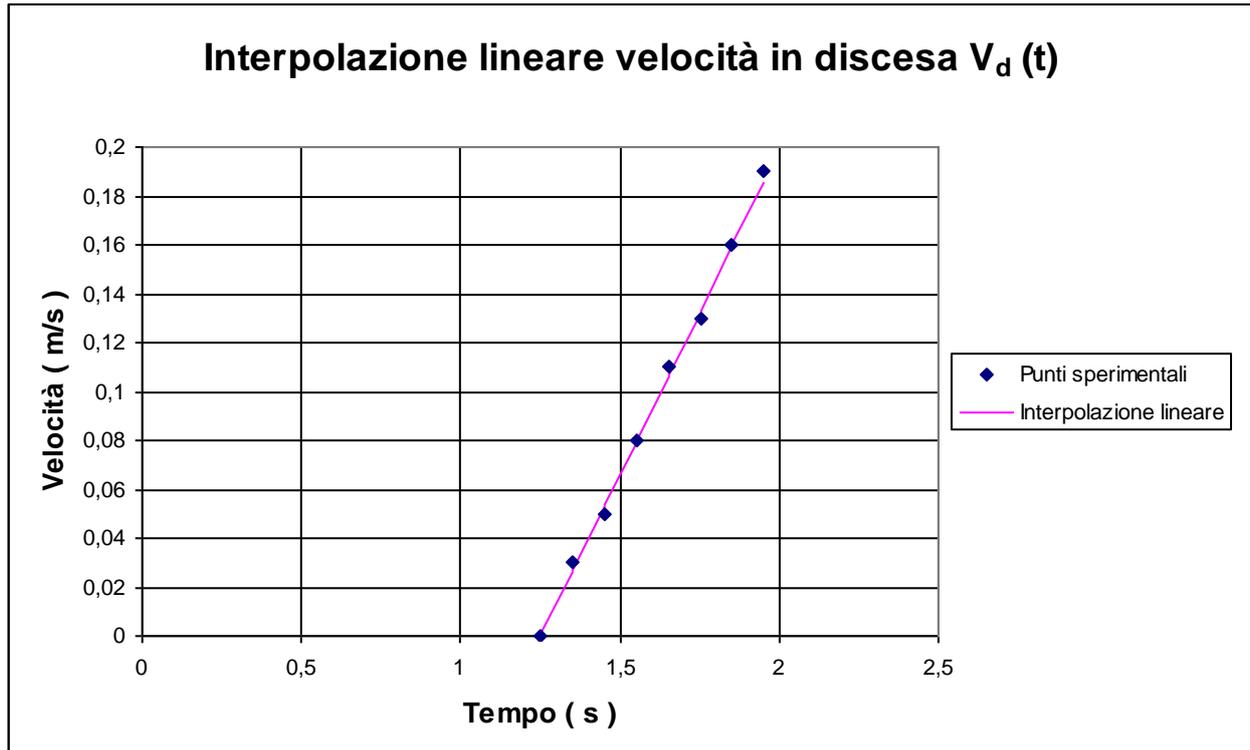


Figura 4 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_s(t)$

Figura 5 – Interpolazione lineare velocità di salita $V_d(t)$

Per quanto riguarda il significato fisico della differenza tra l'accelerazione in salita e in discesa ($a_s - a_d$), si riporta quanto segue:

Essendo $a_s = g \sin\beta + A/(m+2m_a)$ e $a_d = g \sin\beta - A/(m+2m_a)$ sia ha: $a_s - a_d = 2A/(m+2m_a)$ (1)

Le due accelerazioni differiscono di un termine che ha le dimensioni di una accelerazione, pari a $2A/(m+2m_a)$.

Se si fa riferimento ad un piano privo di attrito, l'accelerazione in salita ed in discesa in modulo sono uguali e pari a: $a_d = a_s = g \sin\beta$, la componente dell'accelerazione di gravità lungo la direzione del piano inclinato. Nel caso di un piano scabro, l'accelerazione risultante durante la discesa è inferiore rispetto a quella ideale del termine $A/(m+2m_a)$ dovuto all'effetto frenante dell'attrito; la decelerazione durante la salita è superiore a quella ideale del termine $A/(m+2m_a)$ dovuto all'effetto frenante dell'attrito.

Calcolo del valor medio della Forza d'attrito A

Dalla relazione (1) si ricava la forza di attrito: $A = (a_s - a_d) \cdot [(m+2m_a)/2]$ (2)

Sostituendo i valori medi di tabella 1 e per una massa del carrello di 0,5 kg si ottiene una forza di attrito media pari ad $A = 0,041$ N.

L'errore relativo sulla forza di attrito, risulta a seguito della relazione (2):

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta(a_s - a_d)}{a_s - a_d} + \frac{\Delta(m + 2m_a)}{m + 2m_a} = 2 \frac{\Delta a}{a_s - a_d}$$

Considerando trascurabile l'incertezza sulla massa m del carrello e sulle masse aggiuntive $2m_a$, l'errore relativo risulta:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{3,6 \cdot 10^{-3}}{0,055} = 0,065 \quad \text{cioè del } 6,5\%$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0,065 \cdot 0,041) = 0,003$ N, il valore della forza di attrito è:

$$A = (0,041 \pm 0,003) \text{ N}$$

Calcolo del valor medio del coefficiente di attrito dinamico

Il coefficiente di attrito dinamico si ricava dalla relazione $\mu_d = A/N$, dove N è la forza normale al piano, calcolata con la relazione $N = F_y = F_g \text{ sen } \beta = (m+2m_a)g \text{ sen } \beta$.

Dalla relazione $a_s = g \text{ sen } \beta + A/(m+2m_a)$ si ottiene il valore di $\text{sen } \beta = [a_s - A/(m+2m_a)]/g$

$$\text{sen } \beta = (0.314 - 0.041/1.5)/9.807 = 0.029$$

$$N = 1.5 \cdot 9.807 \cdot 0.029 = 0.427 \text{ N}$$

Il valore del coefficiente di attrito dinamico risulta:

$$\mu_d = (0.041/0.427) = 0.096$$

L'incertezza sul coefficiente di attrito dinamico si calcola dalla relazione; $\mu_d = A/N$ dove sostituendo l'espressione di N e di $\text{sen } \beta$ si ottiene la seguente:

$$\mu_d = \frac{A}{(m + 2m_a)g(a_s - \frac{A}{m + 2m_a})g}$$

Per tanto considerando trascurabile l'incertezza della massa del carrello m e delle masse aggiuntive $2m_a$ e dell'accelerazione di gravità, si ottiene:

$$\frac{\Delta\mu_d}{\mu_d} = 2 \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta a_s}{a_s} = 3 \frac{\Delta A}{A} = 3 \cdot 0.065 = 0.195$$

Poiché l'errore assoluto è uguale a $(0.096 \cdot 0.195) = 0.019$ il valore del coefficiente di attrito dinamico è:

$$\mu_d = 0.096 \pm 0.019$$

Conclusioni

Si esaminano i risultati sperimentali e si traggono le seguenti conclusioni:

- La differenza tra i valori delle accelerazioni di salita e di discesa $a_s - a_d$, sia a carrello scarico sia con le masse aggiuntive, rimane costante (0.055 m/s^2). Tale fatto è anche dimostrato con la relazione $a_s - a_d = 2A/m$, dove A aumenta in proporzione ad m .

Posta la massa uguale ad m , la forza d'attrito A corrisponde a $\mu_d m g \cos\beta$: il rapporto A/m è $\mu_d g \cos\beta$.

Nel caso che la massa venga incrementata con delle masse aggiuntive m_a , poiché in proporzione aumenta la forza d'attrito ($A = \mu_d(m + m_a)g \cos\beta$), il rapporto tra $A/(m + m_a)$ è sempre uguale ad $\mu_d g \cos\beta$.

- Si è rilevato che la forza d'attrito A aumenta in proporzione all'incremento delle masse:
 - ad una massa del carrello pari 0.5 kg è corrisposta una forza d'attrito di 0.014 N;
 - ad un successivo incremento di massa pari a 0.5kg, per un totale di 1kg, è corrisposta una forza d'attrito di 0.028 N;
 - ad un ulteriore incremento di massa pari a 0.5kg, per un totale 1.5kg, è corrisposta una forza d'attrito di 0.041 N.

Si è rilevato che ad ogni incremento della massa di 0.5kg, vi è stato un aumento della forza d'attrito di circa 0.014 N. Tale rilevazione è anche giustificata dalla relazione $A = \mu_d N$, dove μ_d è ritenuto costante.

- Si è rilevato sperimentalmente che il coefficiente di attrito dinamico μ_d rimane pressoché costante.

Parte IV.

Determinazione sperimentale del coefficiente di restituzione ϵ dei respingenti magnetici

Scopo: Determinazione sperimentale del coefficiente di restituzione ϵ dei respingenti magnetici.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Sensore SONAR di sensibilità 1 mm/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento

Si posiziona la guida del piano inclinato ad un angolo di circa 3 gradi. Successivamente, il solo carrello senza masse aggiuntive, si posiziona ad una distanza di circa 20 cm dei respingenti magnetici.

Il carrello viene lasciato libero di scendere lungo il piano inclinato e si misura la velocità prime dopo l'urto con i respingenti per circa 10 urti consecutivi.

Tale operazione viene ripetuta con una massa aggiuntiva m_a (pari a 0.5 kg) e con due masse aggiuntive $2m_a$ (pari a 1 kg).

Lo schema di prova è rappresentato in Figura 1.

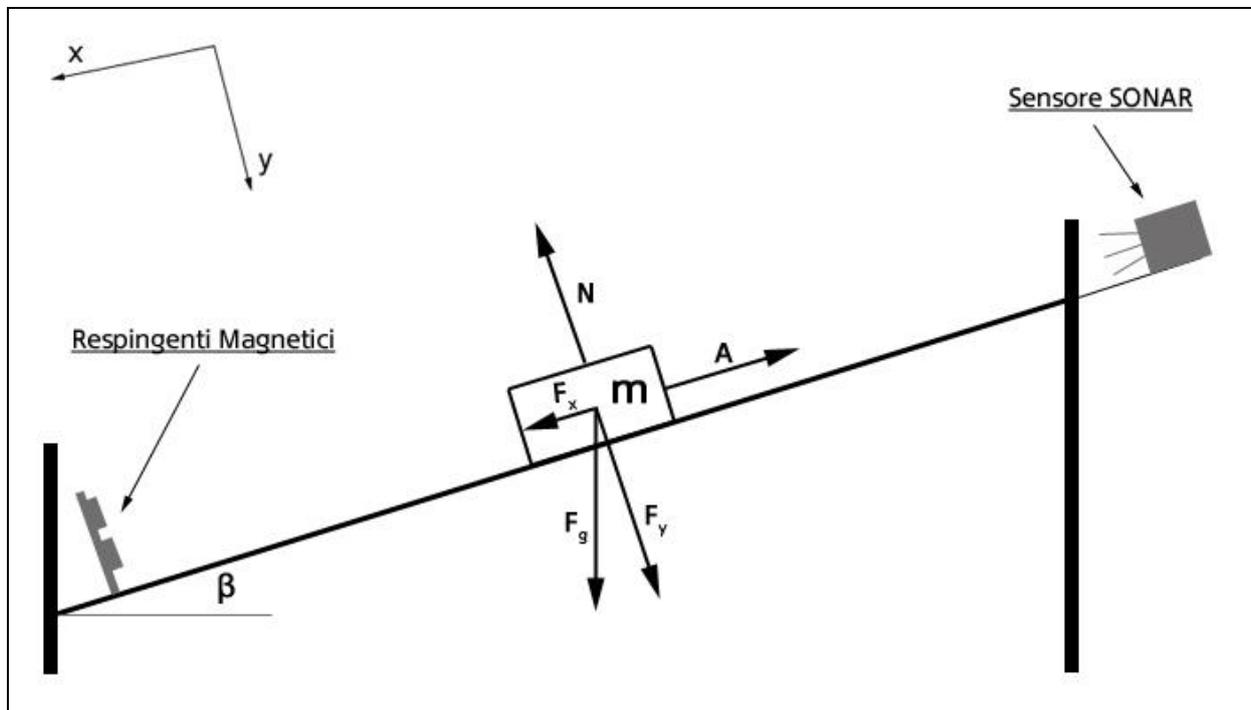


Figura 1 – Schema di prova

Viene definito il coefficiente di restituzione come la radice quadrata del rapporto della cinetica dopo e

prima l'urto: $\varepsilon = \sqrt{\frac{K_f}{K_i}} = \sqrt{\frac{1/2mV_f^2}{1/2mV_i^2}} = \frac{V_f}{V_i}$ dove V_f e V_i rappresentano rispettivamente le velocità del carrello dopo e prima dell'urto contro i respingenti magnetici.

Qui di seguito si riporta il calcolo del coefficiente di restituzione medio nei tre casi sopra descritti.

Carrello senza masse aggiuntive:

La tabella 1 è stata costruita riportando il coefficiente di restituzione per dieci urti consecutivi per ogni prova effettuata.

n° urti	Numero di prove senza masse aggiuntive										MEDIA	DEV.ST.
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°		
1	0,93	0,93	0,92	0,89	0,93	0,93	0,93	0,92	0,96	0,93	0,93	0,02
2	0,96	0,91	0,91	0,91	0,91	0,95	0,90	0,91	0,91	0,91	0,92	0,02
3	0,94	0,94	0,89	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,89	0,95	0,93	0,02
4	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,00
5	1,00	0,92	0,92	0,92	0,92	1,00	1,00	0,64	0,92	0,92	0,92	0,11
6	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,89	0,90	1,00	0,91	0,03
7	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,89	0,88	0,00
8	0,83	0,83	0,83	1,00	0,93	0,83	1,00	0,58	1,00	0,86	0,87	0,13
9	0,75	1,00	1,00	0,80	1,00	1,00	1,00	0,52	0,80	0,80	0,87	0,16
10	0,50	0,67	0,67	1,00	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	1,00	0,72	0,16

Tabella 1 – Coefficienti di restituzione ε

Viene calcolata il valore medio della media del coefficiente di restituzione per le dieci prove effettuate con la relativa media della deviazione standard:

$$\varepsilon = 0.89 \pm 0.06$$

Carrello con una massa aggiuntiva:

La tabella 2 è stata costruita riportando il coefficiente di restituzione per dieci urti consecutivi per ogni prova effettuata.

n° urti	Numero di prove con una massa aggiuntiva										MEDIA	DEV.ST.
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°		
1	0,86	0,86	0,86	0,89	0,82	0,82	0,89	0,89	0,89	0,89	0,87	0,03
2	0,91	0,96	0,91	0,96	0,90	0,95	0,95	0,96	0,96	0,91	0,93	0,02
3	0,89	0,89	0,89	0,89	0,88	0,94	0,88	0,90	0,94	0,90	0,90	0,02
4	0,86	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,92	0,02
5	0,86	1,00	0,92	1,00	0,91	0,83	0,83	0,92	1,00	0,85	0,91	0,07
6	1,00	0,90	0,90	0,90	0,89	1,00	1,00	0,91	0,90	0,92	0,93	0,05
7	1,00	0,88	0,88	0,88	0,88	1,00	0,88	1,00	1,00	0,89	0,93	0,06
8	0,83	1,00	0,86	0,86	0,83	0,83	0,83	0,86	0,86	0,86	0,86	0,05
9	0,75	0,80	0,80	0,80	0,75	0,75	1,00	0,80	0,80	1,00	0,83	0,10
10	1,00	0,67	0,75	1,00	0,67	1,00	0,67	0,75	0,75	0,75	0,80	0,14

Tabella 2 – Coefficienti di restituzione ε

Viene calcolata il valore medio della media del coefficiente di restituzione per le dieci prove effettuate con la relativa media della deviazione standard:

$$\varepsilon = 0.89 \pm 0.06$$

Carrello con due massa aggiuntiva:

La tabella 3 è stata costruita riportando il coefficiente di restituzione per dieci urti consecutivi per ogni prova effettuata.

n° urti	Numero di prove con due masse aggiuntive										MEDIA	DEV.ST.
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°		
1	0,76	0,82	0,85	0,82	0,79	0,82	0,85	0,85	0,89	0,85	0,83	0,04
2	0,91	0,95	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,91	0,91	0,91	0,91	0,02
3	0,94	0,94	0,88	0,94	0,88	0,88	0,88	0,89	0,89	0,94	0,91	0,03
4	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,87	0,93	0,92	0,02
5	0,83	0,92	0,83	0,92	0,83	0,92	0,92	1,00	0,92	1,00	0,91	0,06
6	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	1,00	0,90	1,00	1,00	0,90	0,93	0,05
7	0,61	0,88	0,88	0,86	0,88	0,88	0,88	1,00	0,78	1,00	0,86	0,11
8	1,00	0,86	1,00	1,00	1,00	1,00	0,86	0,86	0,86	0,86	0,93	0,08
9	1,00	0,60	1,00	0,80	0,80	0,80	1,00	0,83	0,85	0,80	0,85	0,12
10	0,67	0,67	0,67	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,10

Tabella 3 – Coefficienti di restituzione ϵ

Viene calcolata il valore medio della media del coefficiente di restituzione per le dieci prove effettuate con la relativa media della deviazione standard:

$$\epsilon = 0.88 \pm 0.06$$

Conclusioni

I coefficienti di restituzione medi ϵ nei tre casi considerati, senza e con masse aggiuntive, risultano uguali pur se nelle singole fasi d'urto presentano una sensibile variazione.

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**6^a Esperienza di Laboratorio
23/06/2005**

**Capacità termica del Calorimetro
+ Riscaldatore (resistenza elettrica)**

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Capacità termica del Calorimetro + Riscaldatore (resistenza elettrica)

Introduzione:

L'attività di laboratorio si è sviluppata nelle seguenti due parti:

- I. Misura della capacità termica del calorimetro + riscaldatore;
- II. Misura del calore specifico dell'alluminio;

Lo scopo di tale esperienza è stata la determinazione sperimentale sia della capacità termica del calorimetro + riscaldatore che della misura del calore specifico dell'alluminio mediante l'uso del calorimetro delle mescolanze.

Parte I.

Misura della capacità termica del calorimetro + riscaldatore

Scopo: Lo scopo di tale esperienza è stata la determinazione sperimentale della capacità termica del calorimetro + riscaldatore.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calorimetro delle mescolanze (thermos).
- Termometro di sensibilità 0.2 °C /div
- Bilancia elettronica di sensibilità 0.5 g/digit
- Voltmetro 0.01 di sensibilità V/digit
- Amperometro di sensibilità 0.01 A/digit
- Cronometro di sensibilità 0.01 s/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si mettono nel calorimetro 250 g di acqua: tale massa m_a di acqua viene ricavata per differenza di pesata del calorimetro prima e dopo il suo riempimento.

Si immerge nel calorimetro (vedere schema di prova in figura 1) una resistenza elettrica che viene appoggiata sul fondo: si agita il tutto per mescolare l'acqua e si aspetta che il sistema abbia raggiunto la temperatura di equilibrio T_{in} .

Si accende il generatore , impostando una tensione di uscita di $V = 25 V$ e si fa partire il cronometro: periodicamente si riportano il valore di tensione V ed il valore di corrente I letti sul display del generatore.

Dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 5 \text{ min.}$ si spegne il generatore, si mescola delicatamente l'acqua, si aspetta che il sistema raggiunga l'equilibrio termico e si misura la temperatura finale raggiunta T_{fi} .

Si ricava la capacità termica del sistema C_s (acqua + calorimetro + resistenza) tenendo conto che la quantità di calore ceduta dal generatore al sistema è pari a:

$$Q = VI \Delta t = C_s (T_{fi} - T_{in}) = (C_a + C_{cal} + C_{res}) \Delta T \quad (1)$$

Conoscendo il calore specifico dell'acqua c_a si ricava la capacità termica del calorimetro + resistenza C_{c-r} e l'equivalente in acqua del calorimetro $m_{eq} = C_{c-r}/c_a$.

L'esperimento è stato ripetuto tre volte e l'equivalente in acqua del calorimetro m_{eq} viene calcolato sulle tre misure effettuate.

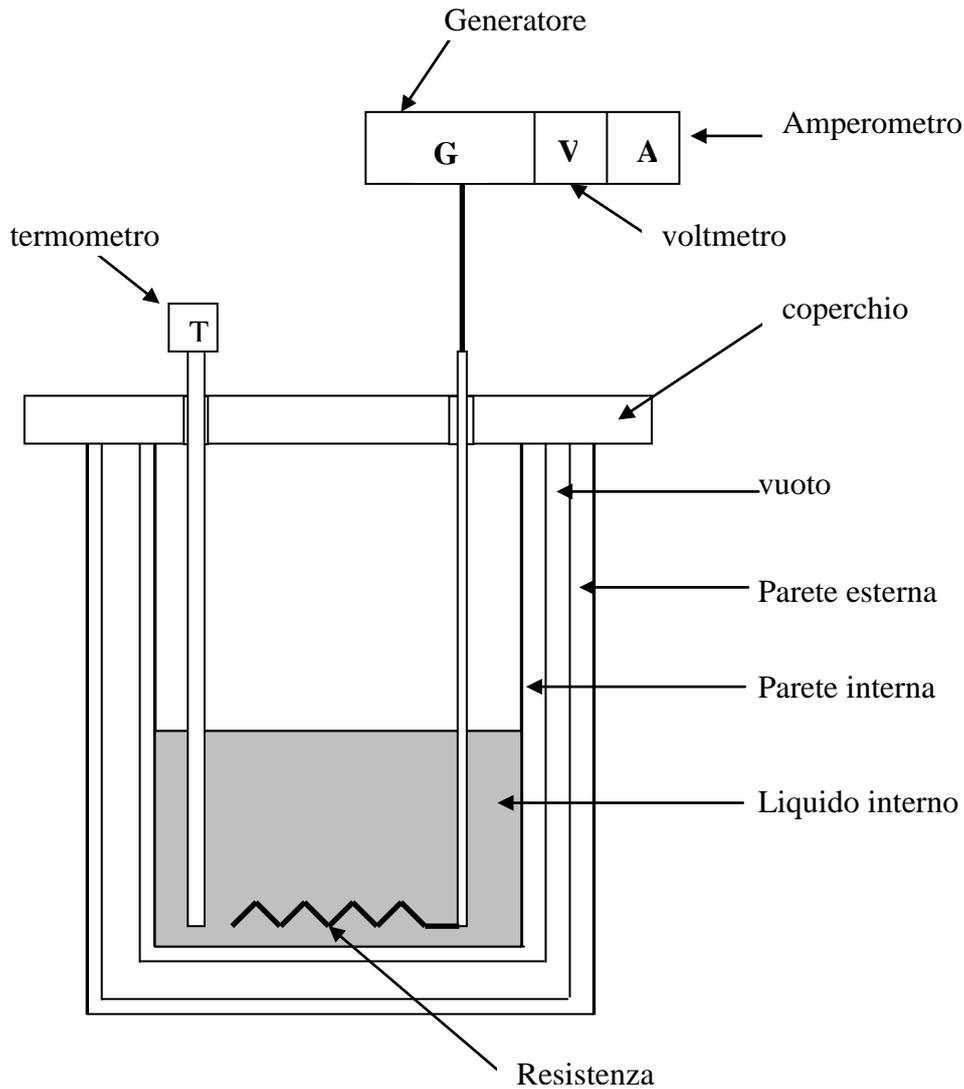


Figura 1 – schema di prova

Descrizione degli elementi teorici

L'equazione (1) si può scrivere:

$$C_s(T_{fi} - T_{in}) = m_a c_a(T_{fi} - T_{in}) + C_{c-r}(T_{fi} - T_{in}) \quad (2)$$

dove il primo membro rappresenta la quantità di calore ceduta dal generatore al sistema, ripartita come descritto nel secondo membro fra la massa d'acqua ed il calorimetro + resistenza di capacità termica C_{c-r} . Se si esprime questa capacità termica come $C_{c-r} = m_{eq} c_a$, si ha che m_{eq} è una massa d'acqua detta "equivalente in acqua del calorimetro", pertanto la (2) diviene:

$$C_s(T_{fi} - T_{in}) = (m_a + m_{eq}) c_a(T_{fi} - T_{in}) \quad (3)$$

ed è come se il calore assorbito dal calorimetro fosse assorbito da una massa d'acqua avente una capacità termica equivalente C_{c-r} . L'equivalente in acqua del calorimetro m_{eq} è una caratteristica del calorimetro che dipende dalla natura del liquido calorimetrico impiegato.

Il seguente elenco definisce i fattori interessanti il sistema in esame:

- m_a = massa d'acqua messa nel calorimetro
- T_{in} = temperatura di equilibrio iniziale del sistema (acqua + calorimetro + resistenza)
- T_{fi} = temperatura finale raggiunta dal sistema
- V = tensione di uscita al generatore
- I = valore di corrente
- Δt = intervallo di tempo di funzionamento del generatore
- C_s = capacità termica del sistema (acqua + calorimetro + resistenza)
- c_a = calore specifico dell'acqua = 4.186 J/(gk) = 1 cal/(gk)
- C_{c-r} = capacità termica del calorimetro + resistenza
- $m_{eq} = C_{c-r}/c_a$ = equivalente in acqua del calorimetro + resistenza

Valutazione dell'errore

- Dalla relazione $Q = VI \Delta t$ si ottiene l'errore relativo alla quantità di calore

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta t}{t}$$

sostituendo i valori numerici e assumendo per il tempo un errore $\Delta t = 0.2$ s che assorba tutti i possibili errori casuali e tra questi quello preponderante dovuto ai riflessi dello sperimentatore nell'avviare/arrestare il cronometro si ottiene:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0.01}{25} + \frac{0.01}{1.09} + \frac{0.2}{150} = 0.0109 \text{ che corrisponde a } 1.09 \%$$

- Dalla relazione $C_s = \frac{Q}{T_f - T_i}$ si ottiene l'errore relativo alla calcolo della capacità termica del sistema:

$$\frac{\Delta C_s}{C_s} = \frac{\Delta Q}{Q} + 2 \frac{\Delta T}{T_f - T_i}$$

- Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\frac{\Delta C_s}{C_s} = 0.0109 + 2 \frac{0.2}{17.2} = 0.0342 \text{ che corrisponde a } 3.42 \%$$

Dalla relazione (3) semplificando, $C_s = m_a c_a + C_{c-r}$, si ottiene: $C_{c-r} = C_s - m_a c_a$ dalla quale si determina l'errore relativo al calcolo della capacità termica del calorimetro + resistenza:

$$\frac{\Delta C_{c-r}}{C_{c-r}} = \frac{\Delta C_s}{C_s} + \frac{\Delta m_a}{m_a} + \frac{\Delta c_a}{c_a}$$

Sostituendo i valori numerici considerando trascurabile il contributo del calore specifico dell'acqua si ottiene:

$$\frac{\Delta C_{c-r}}{C_{c-r}} = 0.0342 + \frac{0.5}{250} = 0.0362 \text{ che corrisponde a } 3.62 \%$$

- Essendo $m_{eq} = \frac{C_{c-r}}{c_a}$ l'errore relativo dell'equivalente in acqua del calorimetro + resistenza è uguale a quello della sua capacità termica.

Risultati sperimentali**1° misura**

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4380	0.6900	0.2520

Tabella 1 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
290.95	298.35	7.40

Tabella 2 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.09	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 3 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

2° misura

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4390	0.6925	0.2535

Tabella 4 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
290.75	298.35	7.60

Tabella 5 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.10	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 6 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

3° misura

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4400	0.6905	0.2505

Tabella 7 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
290.35	297.75	7.40

Tabella 8 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.10	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 9 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

Elaborazione dati sperimentali

- Con la relazione $Q = VI \Delta t$ si determina la quantità di calore ceduta dalla resistenza elettrica al sistema (acqua + calorimetro + resistenza), considerando i valori medi di ciascuna rilevazione:

$$Q = 25 \cdot 1.09 \cdot 300 = 8175 \text{ J}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $Q = (8175 \pm 89.11) \text{ J}$

- Con la relazione $C_S = \frac{Q}{T_f - T_i}$ si determina la capacità termica del sistema (acqua + calorimetro + resistenza), considerando il valore medio della differenza delle temperature $T_f - T_i = 7.40 \text{ K}$:

$$C_S = \frac{8175}{7.40} = 1104.73 \text{ J/K}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $C_S = (1104.73 \pm 37.78) \text{ J/K}$

- Con la relazione $C_{c-r} = C_S - m_a c_a$ si determina la capacità termica del calorimetro + resistenza, sapendo che il calore specifico dell'acqua $c_a = 1 \text{ cal/(gK)} = 4.186 \text{ J/(gK)}$, e la massa media dell'acqua $m_a = 252 \text{ g}$

$$C_{c-r} = 1104.73 - 252 \cdot 4.186 = 49.86 \text{ J/K}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $C_{c-r} = (49.86 \pm 1.8) \text{ J/K}$

- Dalla relazione $m_{eq} = \frac{C_{c-r}}{c_a}$ si determina l'equivalente in acqua del calorimetro + resistenza:

$$m_{eq} = \frac{49.86}{4.186} = 11.91 \text{ g}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $m_{eq} = (11.91 \pm 0.43) \text{ g}$

Conclusioni

Il calorimetro + la resistenza elettrica hanno assorbito una quantità di calore ($Q_{c-r} = C_{c-r} \cdot \Delta T = 368.96 \text{ J}$) uguale a quella che avrebbe assorbito una massa d'acqua di 11.91 g con capacità termica $C_{c-r} = 49.86 \text{ J/K}$ con un salto termico di 7.40 K.

Parte II.

Misura del calore specifico dell'alluminio

Scopo: Lo scopo di tale esperienza è stata la determinazione sperimentale del calore specifico dell'alluminio.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calorimetro delle mescolanze (thermos).
- Termometro di sensibilità 0.2 °C /div
- Bilancia elettronica 0.5 g/digit
- Voltmetro 0.01 V/digit
- Amperometro 0.01 A/digit
- Cronometro 0.01 s/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento: Si svuota e si raffredda il calorimetro (vedere schema di prova in figura 1). Si mettono nel calorimetro 250 g di acqua: tale massa m_a di acqua viene ricavata per differenza di pesata del calorimetro prima e dopo il suo riempimento.

Si pesa il cilindro di alluminio che viene poi immerso e sistemato sul fondo del calorimetro, assieme alla resistenza elettrica, anch'essa appoggiata sul fondo: si agita il tutto per mescolare l'acqua e si aspetta che il sistema abbia raggiunto la temperatura di equilibrio T_{in} .

Si accende il generatore, impostando una tensione di uscita $V = 25 V$ e si fa partire il cronometro: periodicamente si riportano il valore di tensione V ed il valore di corrente I letti sul display del generatore.

Dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 5 \text{ min.}$ si spegne il generatore, si mescola delicatamente l'acqua, si aspetta che il sistema raggiunga l'equilibrio termico e si misura la temperatura finale raggiunta T_{fi} .

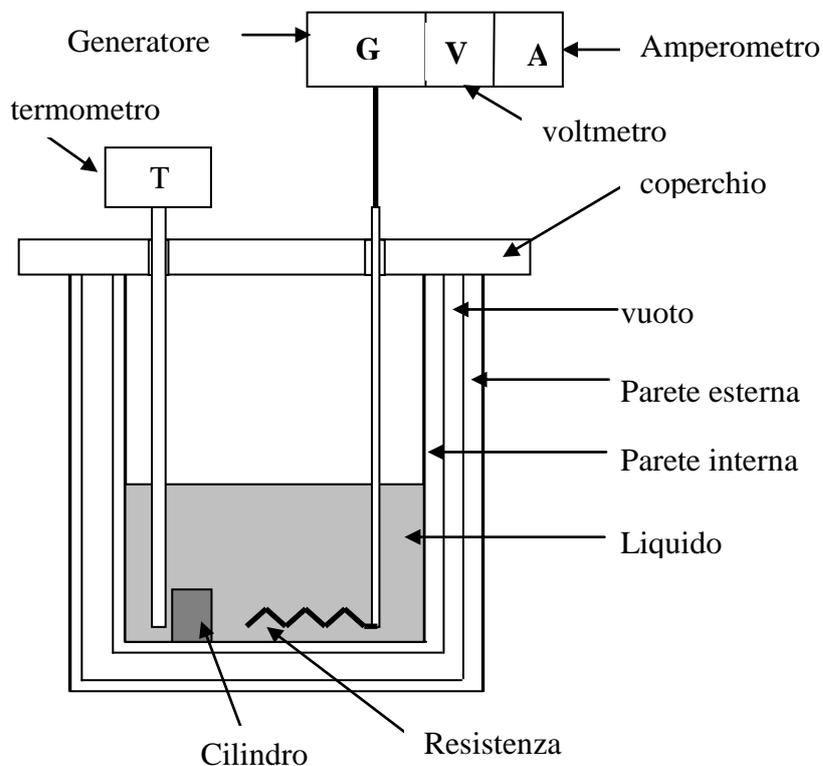


figura 1 - schema di prova

La quantità di calore ceduta dal generatore al sistema (acqua + calorimetro + resistenza + cilindro di alluminio) è pari a:

$$Q = VI \Delta t \quad (1)$$

così ripartito fra la massa d'acqua m_a , il calorimetro + resistenza di massa equivalente in acqua m_{eq} e capacità termica C_{c-r} ed il cilindro di alluminio m_{al} :

$$Q = (m_a c_a + C_{c-r}) \cdot (T_{fi} - T_{in}) + m_{al} c_{al} \cdot (T_{fi} - T_{in}) \quad (2)$$

Dall'equazione (2) si ricava il calore specifico dell'alluminio:

$$c_{al} = \frac{Q - (m_a c_a + C_{c-r})(T_{fi} - T_{in})}{m_{al}(T_{fi} - T_{in})} = \frac{Q - (m_a + m_{eq})c_a(T_{fi} - T_{in})}{m_{al}(T_{fi} - T_{in})} \quad (3)$$

L'esperimento è stato ripetuto tre volte e il calore specifico viene calcolato sulle tre le misure effettuate.

Descrizione degli elementi teorici

Il seguente elenco definisce i fattori interessanti il sistema in esame:

m_a = massa d'acqua messa nel calorimetro

m_{al} = massa del cilindro di alluminio

T_{in} = temperatura di equilibrio iniziale del sistema (acqua + calorimetro + resistenza)

T_{fi} = temperatura finale raggiunta dal sistema

V = tensione di uscita al generatore

I = valore di corrente

Δt = intervallo di tempo di funzionamento del generatore

c_{al} = calore specifico dell'alluminio

c_a = calore specifico dell'acqua = 4.186 J/(gk) = 1 cal/(gk)

C_{c-r} = capacità termica del calorimetro + resistenza

$m_{eq} = C_{c-r}/c_a$ = equivalente in acqua del calorimetro + resistenza

Valutazione dell'errore

- Dalla relazione $Q = VI \Delta t$ si ottiene l'errore relativo alla quantità di calore: $\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta t}{t}$

sostituendo i valori numerici e assumendo per il tempo un errore $\Delta t = 0.2$ s che assorba tutti i possibili errori casuali e tra questi quello preponderante dovuto ai riflessi dello sperimentatore nell'avviare/arrestare il cronometro si ottiene:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0.01}{25} + \frac{0.01}{1.09} + \frac{0.2}{150} = 0.0109 \text{ che corrisponde a } 1.09 \%$$

- Dalla relazione $c_{al} = \frac{Q - (m_a + m_{eq})c_a(T_{fi} - T_{in})}{m_{al}(T_{fi} - T_{in})}$ si ottiene l'errore relativo sul calcolo del calore specifico

dell'alluminio, considerando trascurabile il contributo del calore specifico dell'acqua, mentre quello relativo all'equivalente in acqua del calorimetro m_{eq} uguale al valore calcolato nella esperienza precedente (0.0362);

$$\frac{\Delta c_s}{c_s} = \frac{\Delta Q}{Q} + 2 \frac{\Delta m_{al}}{m_{al}} + 2 \frac{\Delta T}{T_{fi} - T_{in}} + \frac{\Delta m_{eq}}{m_{eq}}$$

$$\frac{\Delta c_{al}}{c_{al}} = 0.0109 + 2 \frac{0.5}{209.5} + 2 \frac{0.2}{6.6} + 0.0362 = 0.1125 \text{ che corrisponde ad } 11.25 \%$$

Risultati sperimentali**1° misura**

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4395	0.6805	0.2410

Tabella 1 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
291.55	298.35	6.80

Tabella 2 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.10	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 3 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

2° misura

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4395	0.6790	0.2395

Tabella 4 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
291.75	297.95	6.20

Tabella 5 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.10	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 6 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

3° misura

Thermos Vuoto (kg)	Thermos con acqua (kg)	Massa m_a d'acqua (kg)
0.4400	0.6825	0.2425

Tabella 7 – valori delle masse

Temperatura Iniziale T_{in} (K)	Temperatura Finale T_{fi} (K)	ΔT (K)
290.55	297.35	6.80

Tabella 8 – valori delle temperature

tempo (t \pm 0.01) s	intensità di corrente (I \pm 0.01) A	voltaggio (V \pm 0.01) V
0 sec.	1.10	25.00
60 sec.	1.09	25.00
120 sec.	1.09	25.00
180 sec.	1.09	25.00
240 sec.	1.09	25.00
300 sec.	1.09	25.00

Tabella 9 – valori di intensità di corrente e di voltaggio

Massa del cilindro dall'alluminio $m_a = 0.2095 \text{ kg}$

Elaborazione dati sperimentali

- Con la relazione $Q = VI \Delta t$ si determina la quantità di calore ceduta dalla resistenza elettrica al sistema (acqua + calorimetro + resistenza), considerando i valori medi di ciascuna rilevazione:

$$Q = 25 \cdot 1.09 \cdot 300 = 8175 \text{ J}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $Q = (8175 \pm 89.11) \text{ J}$

- Con la relazione $c_{al} = \frac{Q - (\bar{m}_a + m_{eq})c_a(T_{fi} - T_{in})}{m_{al}(T_{fi} - T_{in})}$ si determina il calore specifico dell'alluminio:

$$c_{al} = \frac{8175 - (241 + 11.91) \times 4.186 \times 6.6}{209.5 \times 6.6} = 0.86 \text{ J/g k}$$

Tenendo conto dell'errore si ottiene: $c_{al} = (0.86 \pm 0.10) \text{ J/g k}$

Università degli Studi Roma “La Sapienza”
DIPARTIMENTO DI FISICA

Laboratorio di Fisica Sperimentale

*Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2004/2005*

**7^a Esperienza di Laboratorio
23/06/2005**

Taratura di un sensore di temperatura

**Determinazione della costante
di tempo del termometro**

Misura della costante di tempo del calorimetro

Nome e Cognome:
Daniele Cortis

Laboratorio A - Postazione 5

Introduzione:

L'attività di laboratorio si è sviluppata nelle seguenti tre parti:

- I. Taratura di un sensore di temperatura;
- II. Determinazione della costante di tempo del termometro;
- III. Determinazione della costante di tempo del termometro;

Lo scopo di tale esperienza è stata la taratura di un sensore di temperatura, la determinazione della costante di tempo del termometro e la misura della costante di tempo del calorimetro.

Parte I.**Taratura di un sensore di temperatura**

Scopo: Lo scopo di tale esperienza è stata la taratura di un sensore di temperatura

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calorimetro delle mescolanze (thermos).
- Termometro a mercurio (con numero 579) di sensibilità $0.2 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{div}$
- Sonda termometrica di sensibilità $0.01 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{digit}$

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento:

Si introduce il termometro a mercurio e la sonda termometrica nel thermos con l'acqua calda (schema di prova in figura 1):

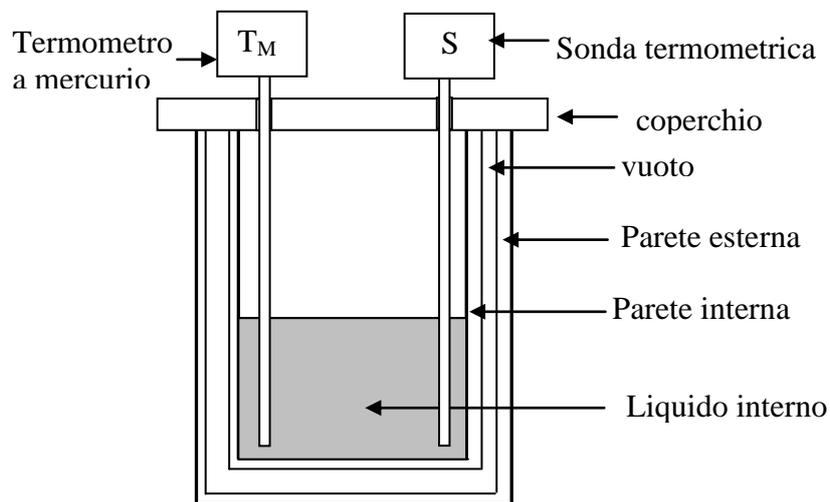


Figura 1 – schema di prova

1. si acquisisce la temperatura in funzione del tempo
2. quando la temperatura si è stabilizzata si registrano le indicazioni dei due termometri
3. si aggiunge acqua fredda e si ripetono le misure precedenti 1 e 2
4. si elaborano i dati per verificare la discrepanza delle due letture ipotizzando accurata la misura del termometro a mercurio

Risultati sperimentali

Lettura della temperatura stabilizzata mediante i due termometri, prima dell'aggiunta di acqua fredda:

Termometro mercurio: 49 °C

Sonda elettronica: 49.3 °C

Lettura della temperatura dopo ciascuna aggiunta di acqua fredda e all'equilibrio:

Incremento di acqua cm ³	Termometro mercurio °C	Sonda elettronica °C
40-60	41.6	41.4
40-60	39.2	39.1
40-60	37.0	36.9
40-60	35.4	35.2
40-60	33.6	33.4
40-60	32.2	32.1
40-60	31.2	31.1

Tabella 1 – temperature all'equilibrio misurate con i due termometri

Elaborazione dati sperimentali

Si costruisce il grafico dei valori determinati con la sonda termometrica in funzione dei valori determinati con il termometro a mercurio (Figura 1).

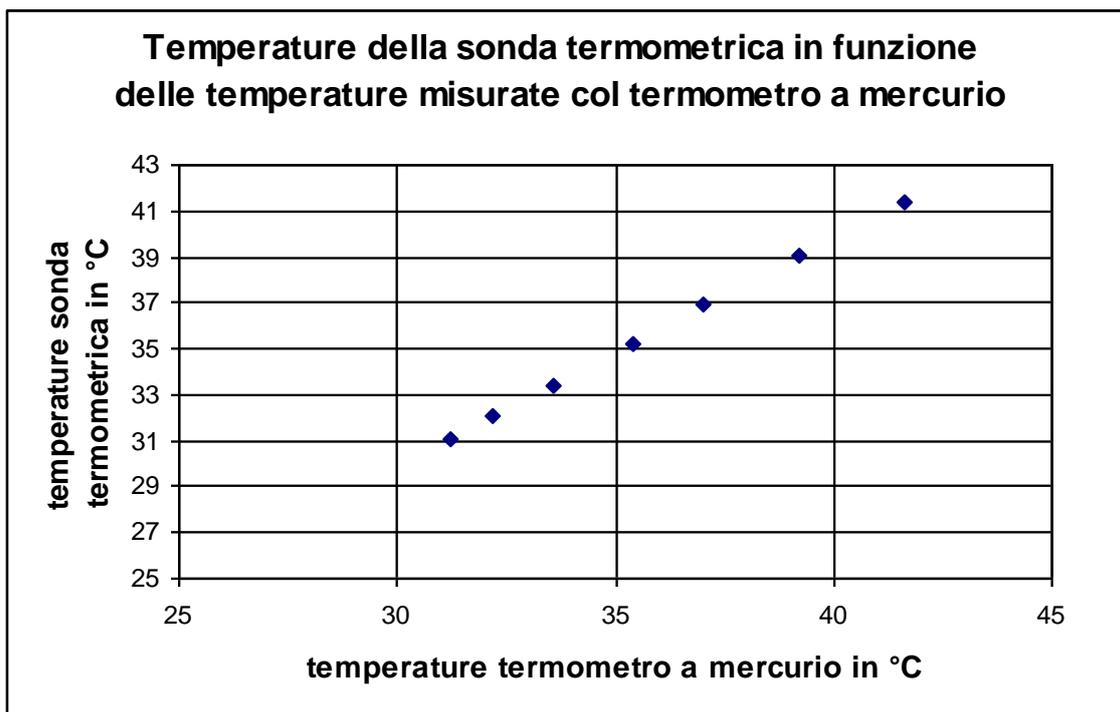


Figura 1 - temperature della sonda termometrica in funzione delle temperature misurate col termometro a mercurio

Si calcola l'incertezza delle misurazioni che è pari alla minima frazione di unità di misura apprezzabile con lo strumento: $\sigma = 0.2 \text{ °C}$

Si determina attraverso il metodo dei minimi quadrati la pendenza e l'intercetta della retta ($Y = BX + A$) ottenuta dai dati sperimentali, dove B è la pendenza e A è l'intercetta dell'asse y (Figura 2).

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta}$$

$$B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta}$$

$$\Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$B = (0.9961 \pm 6 \cdot 10^{-3})$$

$$A = (-0.0023 \pm 0.22 \cdot 10^{-3}) \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$Y = 0.9961 X + 0.0023$$

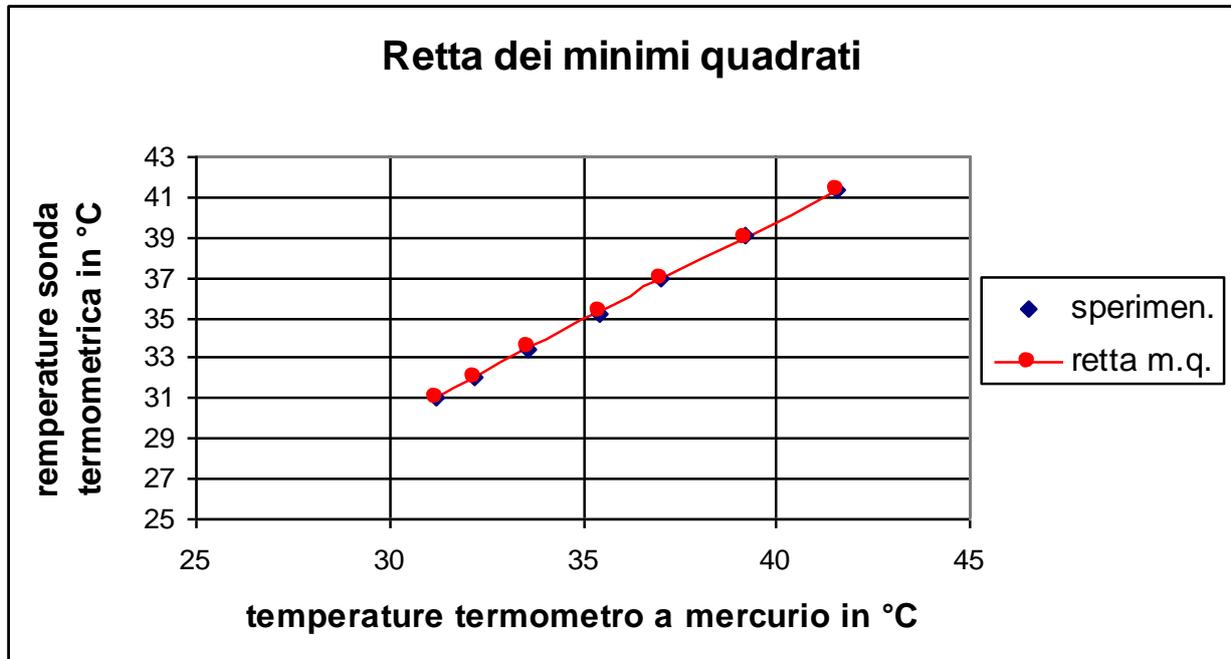


Figura 2 - retta dei minimi quadrati temperature della sonda termometrica in funzione delle temperature misurate col termometro a mercurio

Conclusioni

L'incertezza relativa alla pendenza e all'intercetta della retta dei minimi quadrati risulta essere trascurabile, questo indica che le misurazioni effettuate con la sonda termometrica differiscono da quelle rilevate col termometro a mercurio in maniera scarsamente apprezzabile.

L'intercetta della retta dei minimi quadrati con l'asse delle y indica che quando il termometro a mercurio misura 0 °C, la sonda termometrica misura 0.0023 °C.

Parte II.

Determinazione della costante di tempo del termometro

Scopo: Lo scopo di tale esperienza è stata la determinazione della costante di tempo del termometro.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calorimetro delle mescolanze (thermos).
- Sonda termometrica di sensibilità 0.01 °C /digit
- Cronometro digitale di sensibilità 0.01 s/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento:

1. Si mettono circa 250 g di acqua fredda nel contenitore di plastica
2. Si riempie il Thermos con circa 250 g di acqua calda
3. Si inserisce il termometro nel thermos
4. Si estrae il termometro dal thermos e lo si inserisce nel contenitore dell'acqua fredda e si fa partire il cronometro per misurare l'intervallo di tempo Δt nel quale la temperatura scende di 10 °C circa
5. Si aspetta che la temperatura del termometro scenda fino alla temperatura dell'acqua fredda T_{af}
6. Si ripete tale misurazione per dieci volte
7. Si costruisce una tabella in cui si riporta l'intervallo di tempo Δt , la temperatura iniziale T_{in} , la temperatura finale T_{fi} e la temperatura dell'acqua fredda T_{af}

8. Si calcola la costante di tempo τ del termometro mediante la relazione:
$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln \left(\frac{T_{in} - T_{af}}{T_{fi} - T_{af}} \right)}$$

Risultati sperimentali

Si costruisce la tabella 1 in cui si riporta l'intervallo di tempo Δt , la temperatura iniziale T_{in} , la temperatura finale T_{fi} e la temperatura dell'acqua fredda T_{af} .

N° di misure	$\Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$			
	Δt (s)	T_{in} (°C)	T_{fi} (°C)	T_{af} (°C)
1	2	41.7	31.2	16.6
2	2	41.4	30.7	16.5
3	2.5	41.3	30.1	17.1
4	2	41.2	30.7	17.3
5	2	40.5	31.1	16.4
6	2.5	38.3	28.1	16.9
7	3	37.2	26.3	17.5
8	2.5	35.4	25.7	16.1
9	2.5	34.3	24.5	16.0
10	3	33.8	23.7	16.8
Media	2.4	38.5	28.2	16.7

Tabella 1 – temperature rilevate e relativi intervalli di tempo

Si riporta in figura 1 un grafico tipo, temperatura/tempo, relativo alle misurazioni effettuate.

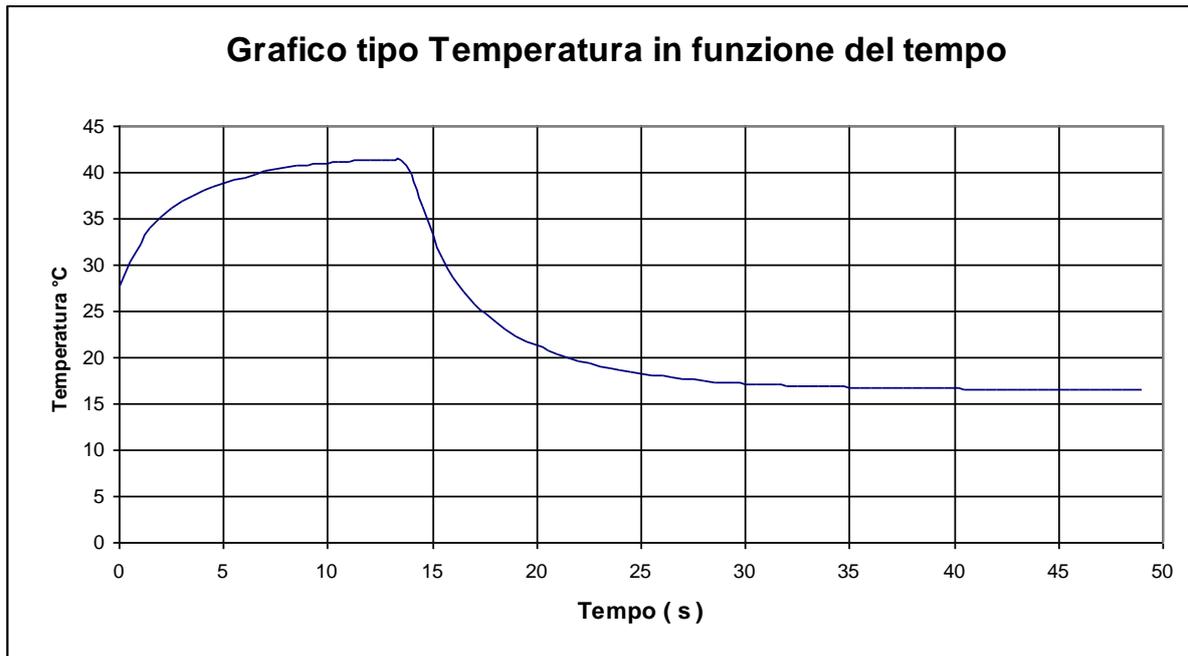


Figura 1 – Grafico tipo temperatura in funzione del tempo

Elaborazione dati

Si calcola la costante di tempo τ del termometro mediante la relazione:

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{T_{in} - T_{af}}{T_{fi} - T_{af}}\right)} = \frac{2.4}{\ln\left(\frac{38.5 - 16.7}{28.2 - 16.7}\right)} = 3.8 \text{ s}$$

Si calcola l'incertezza della costante di tempo τ del termometro:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta \ln T}{\ln(T_{in} - T_{af}) - \ln(T_{fi} - T_{af})} = 0.10 \quad \text{pari al 10\%}$$

Tenendo conto dell'incertezza $\tau = (3.8 \pm 0.38) \text{ s}$

Parte III.

Misura della costante di tempo del calorimetro

Scopo: Lo scopo di tale esperienza è stata la determinazione della costante di tempo del termometro.

Strumentazione: Per la misurazione delle grandezze in esame sono stati impiegati i seguenti strumenti:

- Calorimetro delle mescolanze (thermos).
- Sonda termometrica di sensibilità 0.01 °C /digit
- Cronometro digitale di sensibilità 0.01 s/digit

Le misure sono espresse nel Sistema Internazionale (SI).

Procedimento:

1. Si mantiene l'acqua calda nel thermos (calorimetro) e lasciando immerso il termometro si misura ogni 10 minuti per 1 ora la temperatura nel calorimetro.

2. Si ricava la temperatura del calorimetro (T_c) in funzione del tempo considerando che la temperatura ambiente è T_a e supponendo per $\tau \gg t$ di fare uno sviluppo lineare in t della temperatura T_c :

$$\frac{T_a - T_c}{T_a - T_c} = e^{-\frac{t}{\tau}} \cong 1 - \frac{t}{\tau}$$

3. Si riporta su un grafico le misure della temperatura in funzione del tempo, si ricava la pendenza e l'intercetta e si dà una valutazione fisica al valore della pendenza.

4. Si ricava il valore della costante di tempo τ del calorimetro.

Risultati sperimentali

Si riportano nel grafico di figura 1 i dati relativi alla temperatura del calorimetro in funzione del tempo registrati per 1 ora.

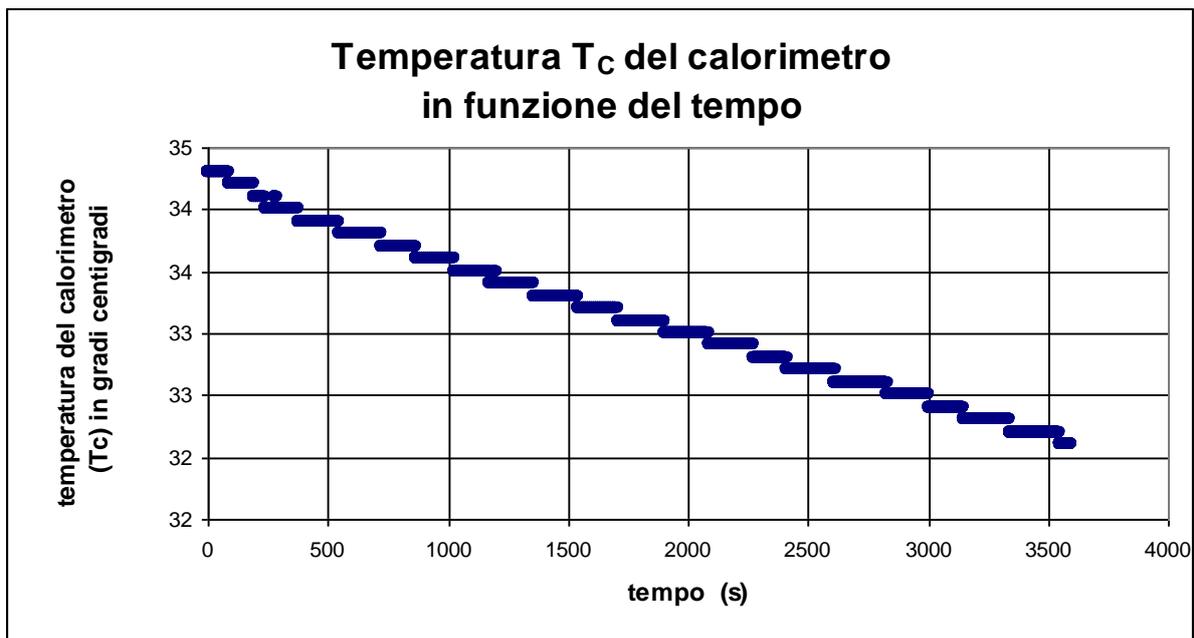


Figura 1 – dati sperimentali temperatura del calorimetro in funzione del tempo registrati per 1 ora

Elaborazione dati

• Si determina attraverso il metodo dei minimi quadrati la pendenza e l'intercetta della retta ($Y = BX + A$) ottenuta dai dati sperimentali, dove B è la pendenza e A è l'intercetta dell'asse y (Figura 2).

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta} \quad B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta} \quad \Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$B = (-5.82 \cdot 10^{-4} \pm 4.1 \cdot 10^{-7})$$

$$A = (34.2 \pm 8.6 \cdot 10^{-4}) \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$Y = -5.82 \cdot 10^{-4} \cdot X + 34.2$$

Dove Y rappresenta la temperatura T ed X il tempo.

Conclusioni sulla pendenza:

La pendenza B della retta rappresenta la variazione della temperatura nel tempo (raffreddamento) e poiché il suo valore è molto basso ($-5.82 \cdot 10^{-4}$), si deduce che il raffreddamento è lento: 1°C ogni 1718 secondi (1/B).

• Calcolo della costante di tempo

Si ricava il valore della costante di tempo τ del calorimetro.

Si determina la costante di tempo dalla relazione:
$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{T_{in} - T_a}{T_c - T_a}\right)}$$

Utilizzando i valori sperimentali ed una temperatura ambiente di 24°C si ha: $\tau = 14982.53$ s.

Si calcola l'incertezza della costante di tempo τ del calorimetro:

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta \ln T}{\ln(T_{in} - T_a) - \ln(T_c - T_a)} = 0.095 \quad \text{pari al } 9.5\%$$

Tenendo conto dell'incertezza $\tau = (14982.53 \pm 0.1423)$ s